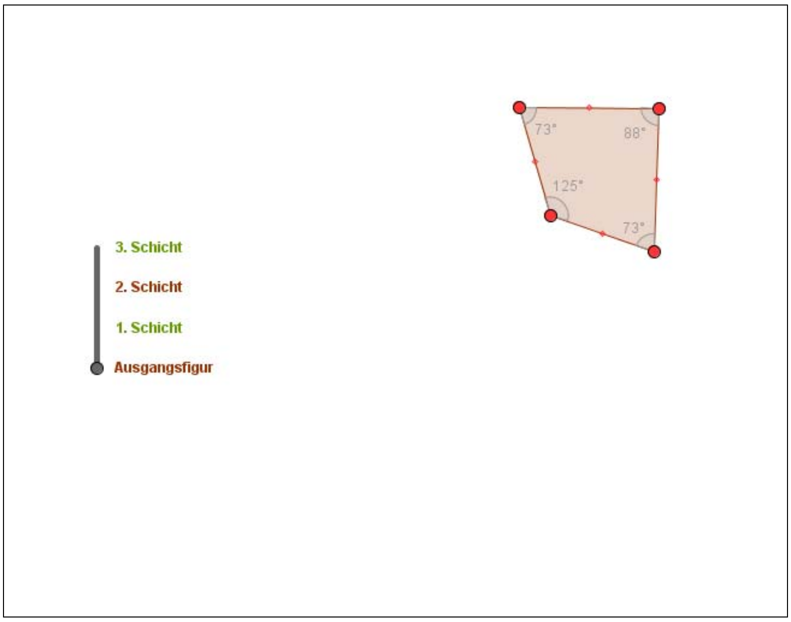
Parkettieren

Aufgabenstellung



1. Welche Vierecksformen kannst du bilden?
   Skizziere jede mögliche Vierecksform und notiere ihren Namen.
2. Worum handelt es sich bei den kleinen roten Punkten auf den Vierecksseiten?
3. a) Bilde eine beliebige Vierecksform.
   Stelle den Schieberegler auf «1. Schicht».
   Beschreibe mit geometrischen Begriffen, was mit der Figur geschehen ist.

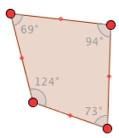
   b) Stelle den Schieberegler auf «2. Schicht».
   Was stellst du fest?

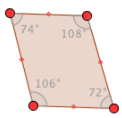
   c) In jedem der vier roten Punkte des Ausgangsvierecks treffen sich vier Winkel und bilden zusammen einen vollen Winkel.
   – Untersuche die vier Winkel.
   Was stellst du fest?
   – Was bedeutet deine Feststellung für die Winkelsumme in einem beliebigen Viereck?

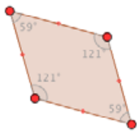
   d) Stelle den Schieberegler auf «3. Schicht» und überprüfe, ob das Parkett für alle Vierecksformen der Aufgabe 1 erhalten bleibt.

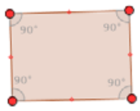
Antworten

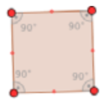
1. Mögliche Vierecksformen:

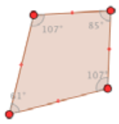

Allgemeines Viereck

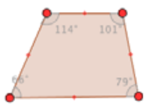

Parallelenviereck


Rhombus


Rechteck


Quadrat


Drachen


Trapez

2. Die kleinen roten Punkte sind die Seitenmittelpunkte.

3. a) Das Viereck wird an jedem Seitenmittelpunkt gespiegelt.

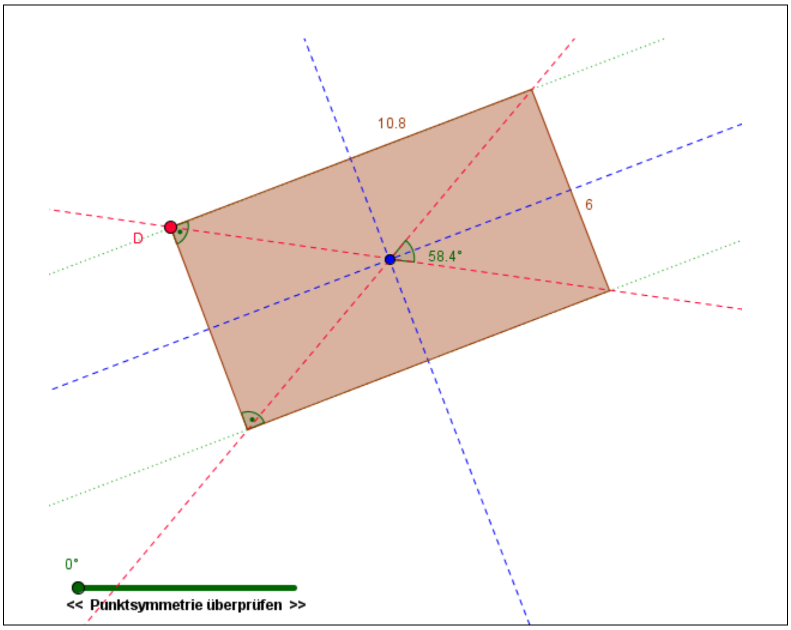
   b) Jedes Viereck der 1. Schicht wird wiederum an drei Seitenmittelpunkten gespiegelt. Es entsteht ein Parkett.

   c) – Die vier Winkel des Vierecks bilden den vollen Winkel.
   – Die Winkelsumme im Viereck beträgt 360°.

   d) *Mögliche Antwort:*
   Das Parkett bleibt für jede Vierecksform erhalten.

Vom Rechteck zum Quadrat

Aufgabenstellung



1. a) Notiere, welches die Symmetrieachsen des Rechtecks sind.
   b) Das Rechteck ist achsen- und punktsymmetrisch. Wo liegt das Spiegelzentrum?
   c) Betätige den Schieberegler. Beschreibe die Bewegung, die das Rechteck ausführt.
2. Verschiebe die Ecke D.
   Welche Form hat das Rechteck, wenn auch die beiden roten Diagonalen Symmetrieachsen sind?

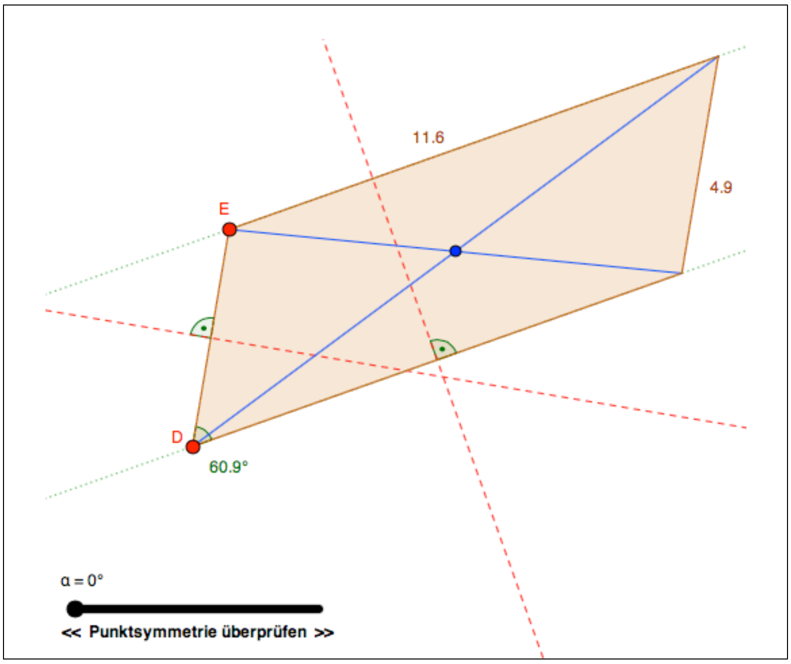
Antworten

1. a) Die blauen Geraden sind die Symmetrieachsen.
   b) Das Spiegelzentrum ist der Diagonalenschnittpunkt des Rechtecks. Er fällt mit dem Schnittpunkt der Mittellinien zusammen.
   c) Das Rechteck dreht sich um den Mittelpunkt. Nach einer Drehung um 180° kommen die Ausgangsfigur und die gedrehte Figur zur Deckung.

2. Es entsteht ein Quadrat.

Vom Parallelenviereck zum Rechteck

Aufgabenstellung



1. a) Beschreibe, wo das Spiegelzentrum des Parallelenvierecks liegt.
   b) Betätige den Schieberegler. Beschreibe die Bewegung, die das Parallelenviereck ausführt.
2. Verändere die Form des Parallelenvierecks so, dass eine achsensymmetrische Figur entsteht. Beschreibe die neue Figur und ihre Symmetrieeigenschaften.
3. Bilde ein Quadrat.
   a) Beschreibe die achsensymmetrischen Eigenschaften des Quadrates.
   b) Drehe das Quadrat um 90°. Was stellst du fest?

Antworten

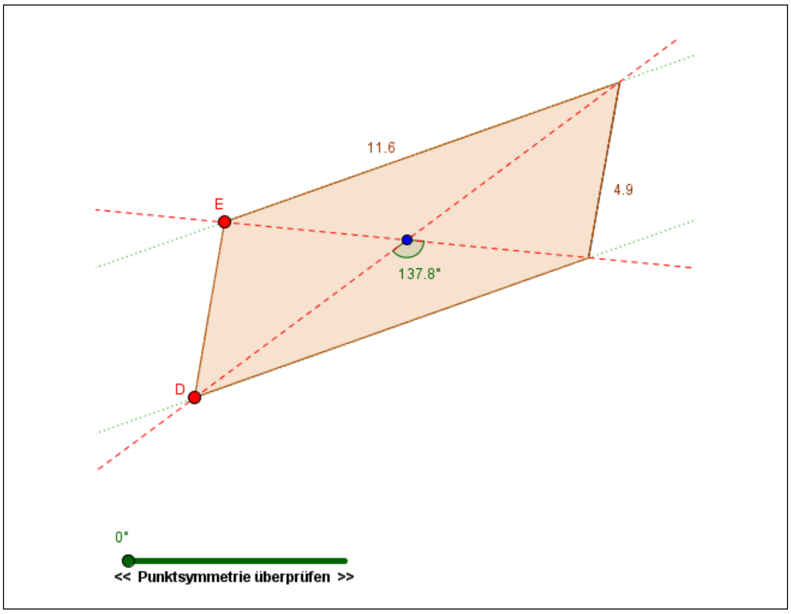
1. a) Das Spiegelzentrum ist der Diagonalenschnittpunkt des Parallelenvierecks.
   b) Das Parallelenviereck dreht sich um den Diagonalenschnittpunkt. Nach einer Drehung um 180° kommen die Ausgangsfigur und die gedrehte Figur zur Deckung..

2. Es entsteht ein Rechteck.
   Das Rechteck ist achsensymmetrisch bezüglich der beiden Mittellinien und punktsymmetrisch bezüglich des Mittelpunktes.

3. a) Das Quadrat hat vier Symmetrieachsen.
   b) Das Quadrat ist drehsymmetrisch. Der Drehwinkel beträgt 90°.

Vom Parallelenviereck zum Rhombus

Aufgabenstellung

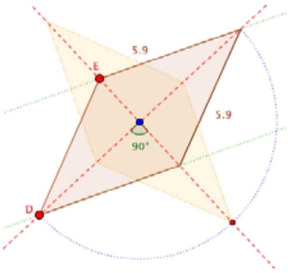


1. a) Beschreibe, wo das Spiegelzentrum des Parallelenvierecks liegt.
   b) Betätige den Schieberegler. Beschreibe die Bewegung, die das Parallelenviereck ausführt.
2. Verändere die Form des Parallelenvierecks so, dass ein Rhombus entsteht. Beschreibe beim Rhombus die Beziehung zwischen den beiden Diagonalen.
3. Stelle den Schieberegler auf 90°.
   Verändere die Figur aus Aufgabe 2 so, dass daraus ein Quadrat entsteht.
   Was stellst du fest?

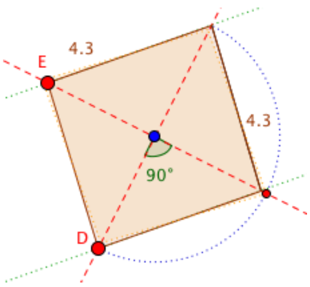
Antworten

1. a) Das Spiegelzentrum ist der Diagonalenschnittpunkt des Parallelenvierecks.
   b) Das Parallelenviereck dreht sich um den Diagonalenschnittpunkt. Nach einer Drehung um 180° kommen die Ausgangsfigur und die gedrehte Figur zur Deckung.

2. Die beiden Diagonalen stehen senkrecht zueinander.

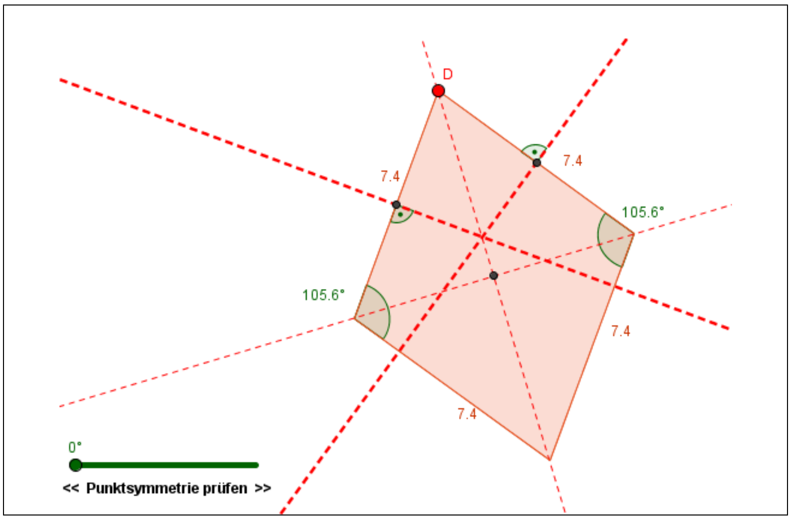


3. *Mögliche Feststellungen:*
   – Beim Quadrat sind die Diagonalen gleich lang.
   – Das Quadrat hat vier gleich grossen Winkel (90°).
   – Das Quadrat hat einen Umkreis.



Spezialfälle beim Rhombus

Aufgabenstellung



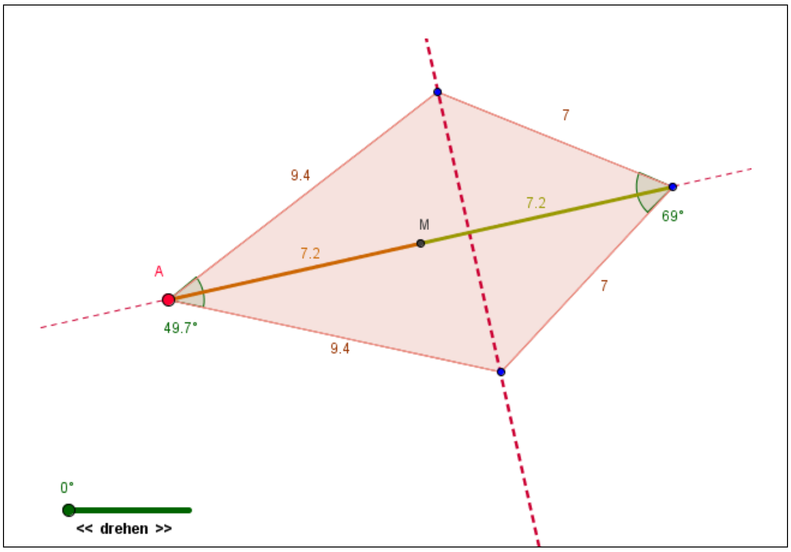
1. Der Rhombus ist punktsymmetrisch.
   a) Beschreibe, wo das Spiegelzentrum des Rhombus liegt.
   b) Betätige den Schieberegler. Beschreibe die Bewegung, die der Rhombus ausführt.
2. Verändere die Form des Rhombus so, dass auch die dicker gestrichelten Mittellinien zu Symmetrieachsen werden.
   a) Notiere den Namen der neuen Figur.
   b) Beschreibe die Beziehung zwischen den beiden Mittelsenkrechten.
3. Untersuche die drehsymmetrischen Eigenschaften der neuen Figur mit Hilfe des Schiebereglers. Was stellst du fest?

Antworten

1. a) Das Spiegelzentrum ist der Diagonalenschnittpunkt des Rhombus.
   b) Der Rhombus dreht sich um den Diagonalenschnittpunkt. Nach einer Drehung um 180° kommen die Ausgangsfigur und die gedrehte Figur zur Deckung.
2. a) Es entsteht ein Quadrat.
   b) Die beiden Mittelsenkrechten stehen senkrecht zueinander.
3. Das Quadrat ist drehsymmetrisch. Der Drehwinkel beträgt 90°.

Spezialfälle beim Drachen

Aufgabenstellung



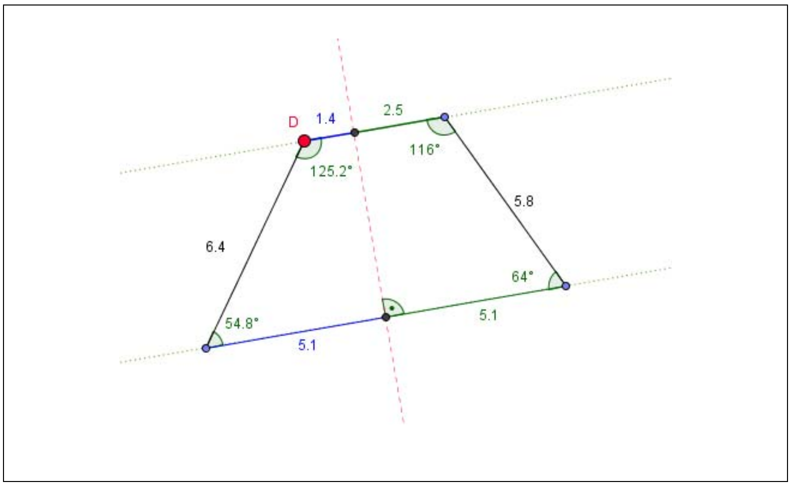
1. a) Der Drachen ist achsensymmetrisch. Welche Punkte liegen auf der Symmetrieachse?
   b) Beschreibe die Lage des Punktes M.
2. a) Welche Form hat der Drachen, wenn auch die zweite Diagonale eine Symmetrieachse ist?
   b) Untersuche die punktsymmetrischen Eigenschaften dieser Form, indem du sie drehst. Was stellst du fest?
3. Forme aus dem Drachen ein Quadrat und untersuche seine dreh- und punktsymmetrischen Eigenschaften. Was stellst du fest?

Antworten

1. a) Die Punkte A und M liegen auf der Symmetrieachse.
   b) M ist der Mittelpunkt der langen Diagonalen.
2. a) Es entsteht ein Rhombus.
   b) Der Rhombus ist punktsymmetrisch.
3. Das Quadrat ist drehsymmetrisch. Der Drehwinkel beträgt 90°.
   Das Quadrat ist auch punktsymmetrisch.

Spezialfälle beim Trapez

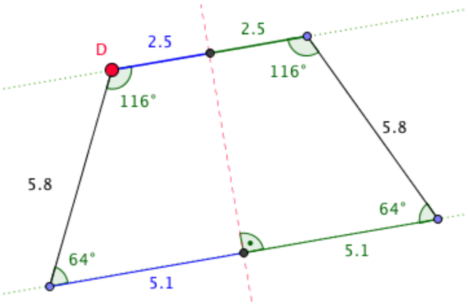
Aufgabenstellung



1. Bilde ein achsensymmetrisches Trapez.
   Notiere den Namen dieses Trapezes.
2. Notiere die Eigenschaften des achsensymmetrischen Trapezes bezüglich der Seiten und der Winkel.

Antworten

1.

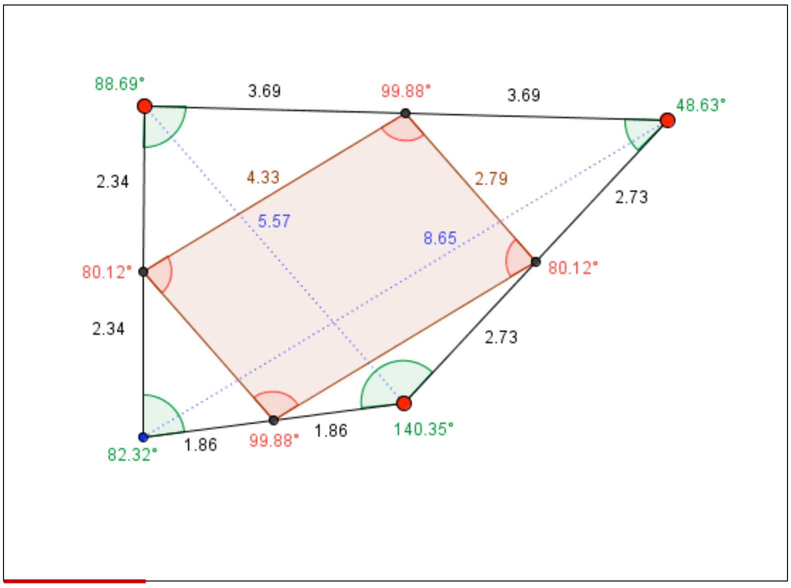


Es entsteht ein gleichschenkliges Trapez.

2. *Mögliche Antworten:*
   – Ein gleichschenkliges Trapez hat zwei gleich lange Seiten.
   – Die beiden nichtparallelen Seiten sind gleich lang.
   – Die Mittelsenkrechte zu den parallelen Seiten ist die Symmetrieachse.
   – Gegenüberliegende Winkel ergänzen sich auf 180°.
   – Die beiden Winkel an einer parallelen Seite sind gleich gross.

Seitenmittenviereck

Aufgabenstellung



1. a) Verforme das äussere Viereck zu folgenden Figuren:
   – Quadrat,
   – Rechteck,
   – Rhombus,
   – Parallelenviereck,
   – Drache,
   – Trapez

   Beobachte dabei das innen liegende Viereck, das Seitenmittenviereck.

   b) – Vervollständige den Satz: «Bei jedem Viereck ist das Seitenmittenviereck ein …»
   – Begründe diese Aussage.

   c) Vergleiche die Längen der Diagonalen des äusseren Vierecks mit den Seitenlängen des Seitenmittenvierecks.
   Was stellst du fest?

2. Untersuche, bei welchen Vierecksformen das Seitenmittenviereck ein Rechteck, ein Quadrat oder ein Rhombus ist.
   Begründe jeweils den Zusammenhang.

Antworten

1. a) –

   b) «Bei jedem Viereck ist das Seitenmittenviereck ein Parallelenviereck».

   Begründung: Beim Seitenmittenviereck liegen je zwei Seiten parallel zu einer Diagonalen des Vierecks. Deshalb hat das Seitenmittenviereck zwei parallele Seitenpaare.

   c) Die Diagonalen sind doppelt so lang wie die dazu parallelen Seiten des Seitenmittenvierecks.

2. – Beim Rhombus ist das Seitenmittenviereck ein Rechteck.

   Begründung: Beim Rhombus stehen die Diagonalen senkrecht zueinander. Deshalb hat das Seitenmittenviereck vier 90°-Winkel.

   – Beim Quadrat ist das Seitenmittenviereck ein Quadrat.

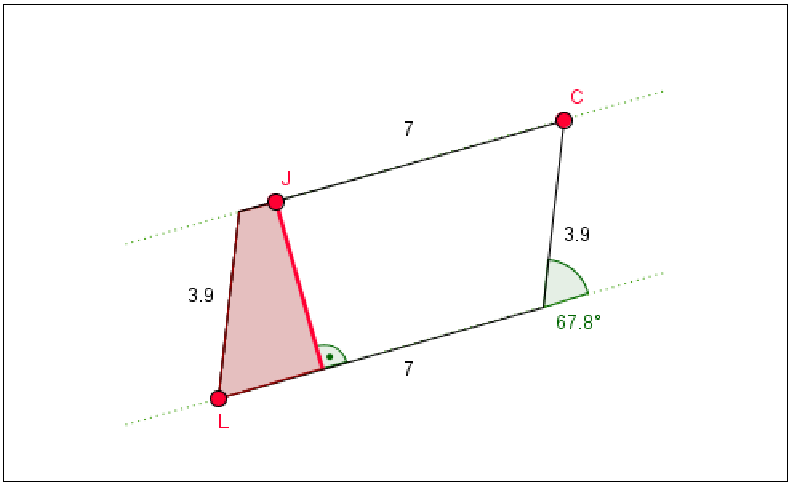
   Begründung: Beim Quadrat sind die Diagonalen gleich lang und stehen senkrecht zueinander. Deshalb hat das Seitenmittenviereck vier gleich lange Seiten und vier 90°-Winkel.

   – Beim Rechteck ist das Seitenmittenviereck ein Rhombus.

   Begründung: Beim Rechteck sind die Diagonalen gleich lang. Deshalb hat das Seitenmittenviereck vier gleich lange Seiten.

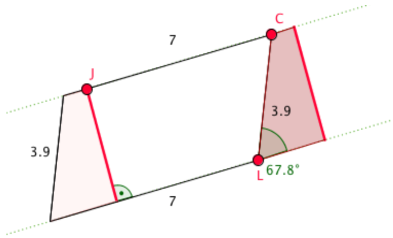
Parallelenviereck: Flächenberechnung

Aufgabenstellung



1. a) Verschiebe den Punkt L so weit als möglich nach rechts.
   Das Parallelenviereck und das von den roten Strecken gebildete Rechteck sind flächengleich. Begründe, warum das so ist.
   b) Welche Bedeutung hat die rote Strecke im Parallelenviereck?
   c) Wie kannst du den Flächeninhalt eines Parallelenvierecks berechnen? Beschreibe.
2. Bilde einen Rhombus.
   Wie kannst du den Flächeninhalt eines Rhombus berechnen?

Antworten

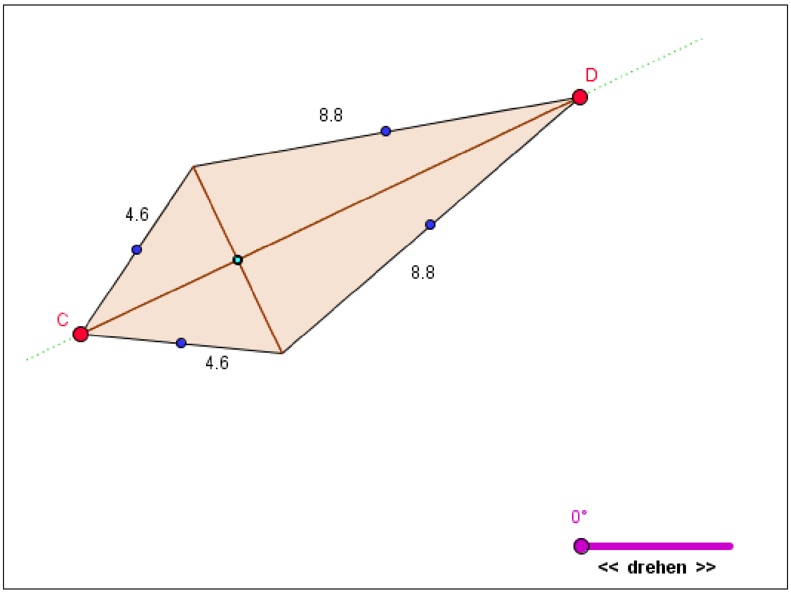


1. a) *Mögliche Formulierung:*
   Die rote Fläche wird links abgeschnitten und rechts wieder angefügt.
   Der Flächeninhalt bleibt somit gleich.
   b) Die rote Strecke ist eine Höhe.
   c) *Mögliche Formulierung:*
   Der Flächeninhalt eines Parallelenvierecks ist gleich gross wie der Flächeninhalt des Rechtecks mit gleicher Seite und gleicher Höhe. Der Flächeninhalt kann somit berechnet werden als Produkt aus der Seite des Parallelenvierecks und der zugehörigen Höhe.

2. *Mögliche Formulierung:*
   Der Rhombus ist ein spezielles Parallelenviereck (alle Seiten sind gleich lang).
   Deshalb kann der Flächeninhalt des Rhombus in gleicher Weise berechnet werden:
   Seite mal zugehörige Höhe.

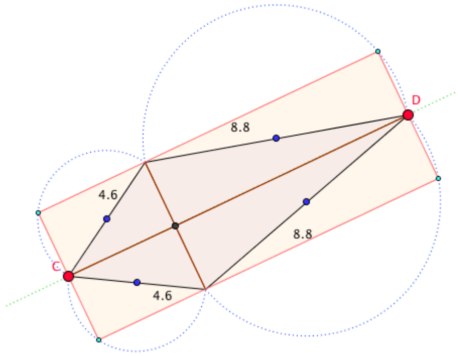
Drachen: Flächenberechnung

Aufgabenstellung



1. Stelle den Schieberegler auf 180°.
   a) Wie hängen die Fläche des Drachens und die Fläche des Rechtecks zusammen?
   b) Wie heissen die beiden braunen Strecken im Drachen?
   c) Notiere, wie du den Inhalt der Fläche eines Drachens berechnen kannst.
2. Bilde einen Rhombus.
   Notiere eine Wortformel zur Berechnung der Rhombusfläche.

Antworten



1. a) Das Rechteck hat den doppelten Flächeninhalt des Drachens.

   b) Die braunen Strecken sind die Diagonalen.

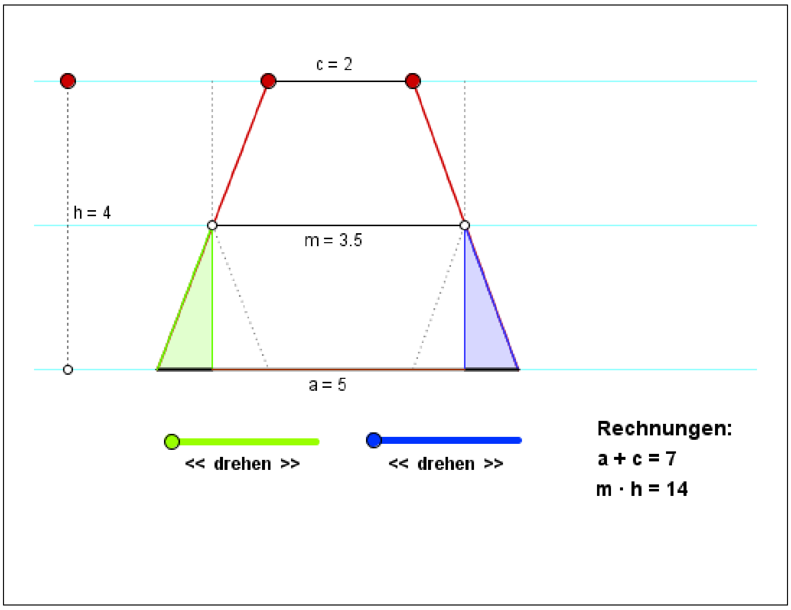
   c) Flächeninhalt Drachen = Diagonale mal Diagonale dividiert durch 2.

   Als Formel: $A = (e \cdot f) : 2 = \dfrac{e \cdot f}{2}$ (Die Diagonalen werden mit e und f bezeichnet.)

2. *Mögliche Formulierung:*
   Der Rhombus ist ein spezieller Drachen (alle Seiten sind gleich lang).
   Deshalb kann der Flächeninhalt des Rhombus in gleicher Weise berechnet werden:
   Diagonale mal Diagonale geteilt durch 2.

Trapez: Flächenberechnung

Aufgabenstellung



1. Drehe die beiden farbigen Dreiecke so weit als möglich.
   a) Welche Vierecksform entsteht?
   b) Welche Bedeutung hat die Strecke m?
   c) Welche Beziehung besteht zwischen m und a + c?
   d) Notiere, wie du den Flächeninhalt eines Trapezes berechnen kannst.
2. Du weisst, wie die Fläche eines Parallelenvierecks berechnet wird.
   a) Bilde ein Parallelenviereck und betätige die Schieberegler.
   b) Begründe, warum die Formel zur Berechnung der Trapezfläche auch für das Parallelenviereck gilt.
3. Untersuche in gleicher Weise die Berechnung des Flächeninhaltes beim:
   – Rhombus
   – Rechteck
   – Quadrat

Antworten

1. a) Es entsteht ein flächengleiches Rechteck.

   b) Die Strecke m ist die Mittellinie im Trapez.

   c) Die Mittellinie im Trapez ist halb so lang wie die beiden parallelen Seiten zusammen:

   $$m = (a + c) : 2 = \frac{a + c}{2}$$

   d) *Mögliche Formulierung:*
   Der Flächeninhalt beim Trapez ist gleich gross wie der Flächeninhalt eines Rechtecks mit der gleichen Höhe und der Mittellinie des Trapezes:
   Trapezfläche = Mittellinie mal Höhe.

   Als Formel: $A = h \cdot m = h \cdot (a + c) : 2 = h \cdot \frac{a + c}{2}$

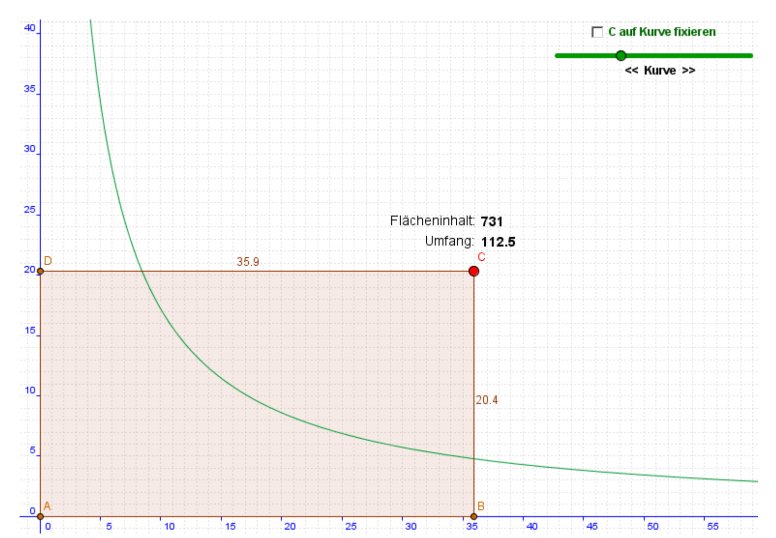
2. a) –

   b) *Mögliche Begründung:*
   Die Mittellinie ist im Parallelenviereck gleich lang wie die zu ihr parallelen Seiten. Somit gilt die Formel zur Berechnung der Trapezfläche auch für das Parallelenviereck:
   Parallelenvierecksfläche = Mittellinie mal Höhe.

3. –

Rechteckumfang

Aufgabenstellung



1. a) Verschiebe die Ecke C.
   Beobachte dabei, wie sich der Flächeninhalt und der Umfang des Rechtecks ändern.
   b) Überprüfe die angezeigten Werte für den Flächeninhalt und den Umfang. Wähle dazu für C ganzzahlige Koordinaten.
2. Fahre mit der Ecke C des Rechtecks genau der grünen Kurve entlang.
   a) Beobachte die Angaben zum Flächeninhalt. Was stellst du fest?
   b) Gilt deine Feststellung auch bei einer anderen Lage der grünen Kurve?
3. Fahre mit der Ecke C wiederum der grünen Kurve entlang.
   a) Suche den Punkt, bei dem das Rechteck den kleinsten Umfang aufweist.
   b) Welche Form hat die Figur an dieser Stelle? Überprüfe, ob das immer so ist, indem du die Kurve veränderst und die Aufgabe a nochmals löst.
4. Mache das Umgekehrte:
   a) Platziere C auf ganzzahligen Koordinaten und verändere die Kurve, dass sie durch C verläuft.
   b) Überprüfe deine Feststellung aus Aufgabe 2.

Antworten

1. a) –

   b) –

2. a) *Mögliche Formulierung:*
   Der Flächeninhalt ist überall ungefähr gleich gross.

   b) Ja

3. a) –

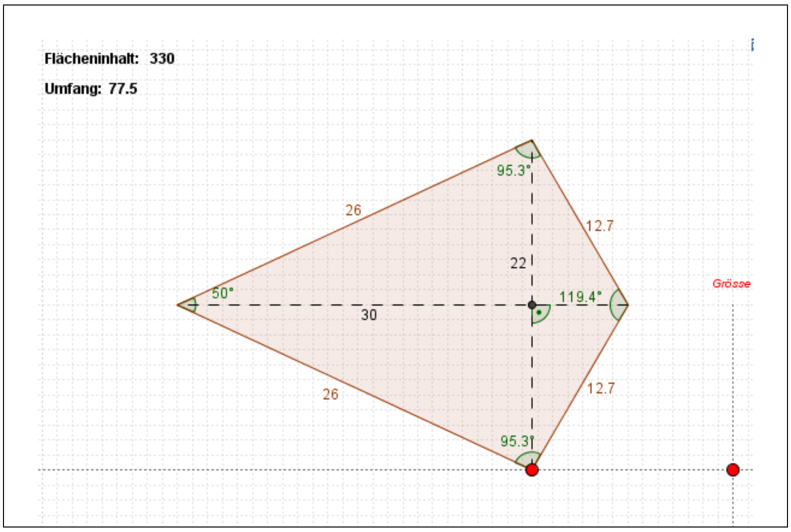
   b) Die Figur ist ein Quadrat.

4. a) –

   b) *Mögliche Formulierung:*
   Die Vermutung stimmt. Das Quadrat hat bei einem gegebenen Flächeninhalt den kleinsten Umfang.

Drachen – Rhombus

Aufgabenstellung

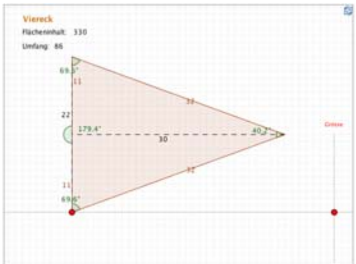


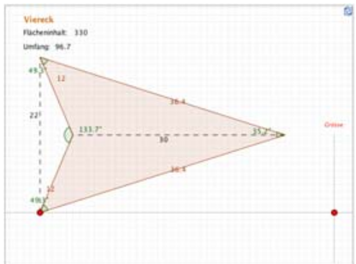
1. a) Notiere den Namen des Vierecks.
   b) Überprüfe die angegebenen Zahlen für den Flächeninhalt und den Umfang mit einer Rechnung.
2. Verschiebe die rote Ecke C des Vierecks.
   a) Beobachte den Flächeninhalt und den Umfang. Was stellst du fest? Begründe.
   b) Platziere den Punkt so, dass das Viereck den kleinsten Umfang hat. Welche Form hat das Viereck?
   c) Überprüfe, ob deine Antwort zu Aufgabe b immer zutrifft, indem du die Grösse der Figur änderst und die Aufgabe b nochmals löst.
3. a) Bilde ein Quadrat.
   b) Beschreibe, wie du aus den Diagonalen eines Quadrates seinen Flächeninhalt berechnen kannst. Begründe, warum das möglich ist.

Antworten

1. a) Drachen
   b) –

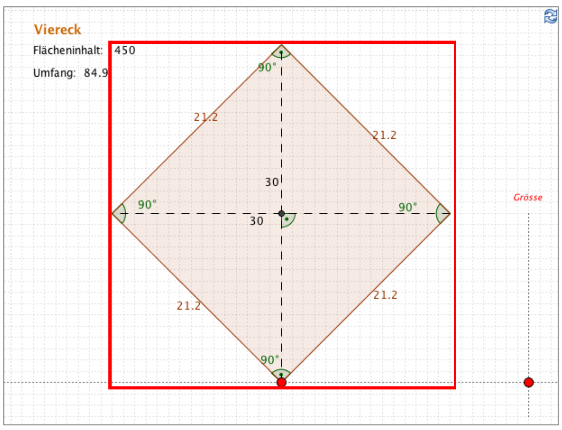
2. a) Der Flächeninhalt ändert sich nicht.
   Hinweis:
   Der Flächeninhalt ändert sich auch dann nicht, wenn der Drachen zu einem Dreieck oder zu einem Windvogelviereck wird.
   Begründung:
   Die beiden Diagonalen, mit denen der Flächeninhalt berechnet wird, bleiben immer gleich gross.





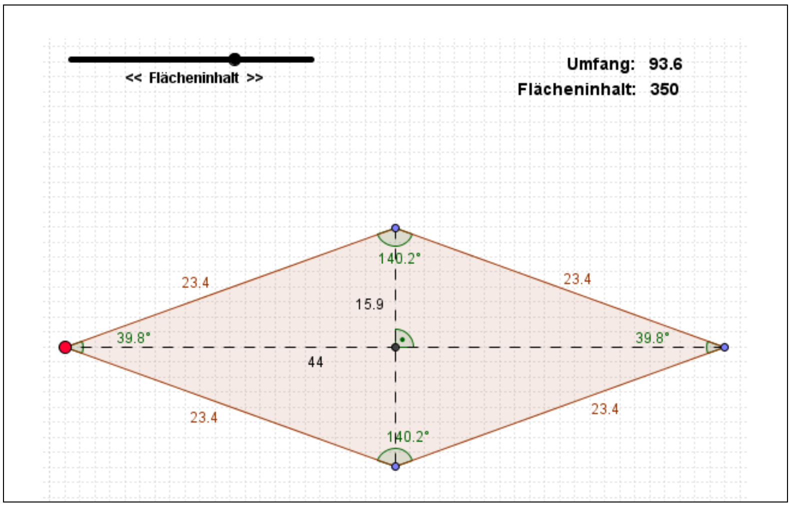
   b) Vermutlich hat der Rhombus den kleinsten Umfang.
   c) –

3. a) –
   b) Quadratfläche = Diagonale mal Diagonale durch 2
   Mögliche Begründung:
   Das Produkt der beiden gleich langen Diagonalen ist gleich der Fläche des rot umrandeten äusseren Quadrates im Bild rechts. Dieses Quadrat ist doppelt so gross wie das rot gefärbte, innere Quadrat.



Rhombus – Quadrat

Aufgabenstellung



1. a) Überprüfe den angegebenen Flächeninhalt des Rhombus mit einer Rechnung.
   b) Verändere den Rhombus so, dass er den kleinsten Umfang aufweist.
   Was stellst du fest?
   c) Wähle mit dem Schieberegler andere Flächeninhalte und überprüfe deine Beobachtung.
2. Du weisst: «Von allen flächengleichen Drachen hat der Rhombus den kleinsten Umfang.»
   Formuliere einen entsprechenden Satz für die Beziehung zwischen dem Rhombus und dem Quadrat.

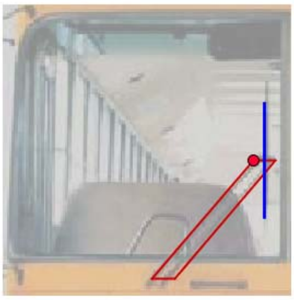
Antworten

1. a) –
   Hinweis:
   Manchmal ergeben sich kleine Abweichungen, weil die Längenangaben auf dem Bildschirm gerundet sind.
   b) Wird der Rhombus zum Quadrat, so weist er den kleinsten Umfang auf.
   c) –

2. *Mögliche Formulierung:*
   «Von allen flächengleichen Rhomben hat das Quadrat den kleinsten Umfang.»

Scheibenwischer

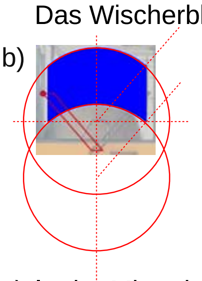
Aufgabenstellung



1. a) Beschreibe die Form der rot markierten Halterung für das Wischerblatt und wo das blaue Wischerblatt befestigt ist.
   b) Bewege den Scheibenwischer und vergleiche die blaue Fläche mit deiner Arbeitsheftskizze zur Aufgabe 8.1 b auf Seite 187.
   c) Welche besondere Vierecksform lässt sich bei der Halterung im Verlauf einer vollen Wischbewegung erkennen?
2. a) Begründe, warum sich der Flächeninhalt des roten Parallelenvierecks beim Bewegen des Scheibenwischers ändert.
   b) Vergleiche Umfang und Flächeninhalt des Parallelenvierecks während einer Wisch-bewegung.

Antworten

1. a) Die Halterung des Wischerblattes ist ein Parallelenviereck.
   Mögliche Formulierung:
   Das Wischerblatt ist in der Mitte einer Schmalseite des Parallelenvierecks befestigt.

   b) 

   c) In der Mitte der gewischten Fläche wird das Parallelenviereck zum Rechteck.

2. a) *Mögliche Begründung:*
   Die Seitenlängen des Parallelenvierecks ändern sich bei der Bewegung nicht.
   Die Höhe des Parallelenvierecks wird jedoch ständig grösser und wieder kleiner.
   Somit ändert sich der Flächeninhalt im Laufe der Bewegung.

   b) Der Umfang des Parallelenvierecks bleibt konstant.
   Der Flächeninhalt des Parallelenvierecks ist in den beiden Randpositionen am kleinsten und in der Mittelstellung am grössten (Rechtecksform).