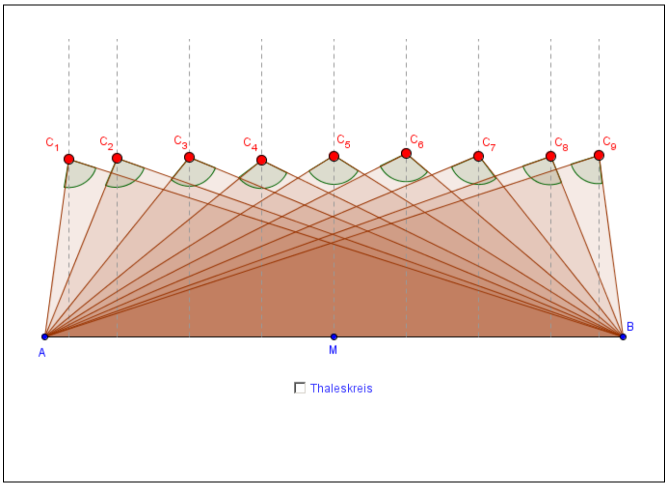
Rechtwinklige Dreiecke

Aufgabenstellung



1. a) Verschiebe die Ecke C_1, bis du den grünen Winkel bei C_1 auf 90° schätzt.

   b) Verschiebe die Ecken C_2 bis C_9 ebenso, bis du die Winkel auf 90° schätzt.

   c) Kontrolliere deine Schätzung, indem du den Thaleskreis einblendest.

2. Wiederhole die Aufgabe 1.
   Welche besondere Hilfe bietet dir das Dreieck mit der Ecke C_5?

Antworten

1. a) –

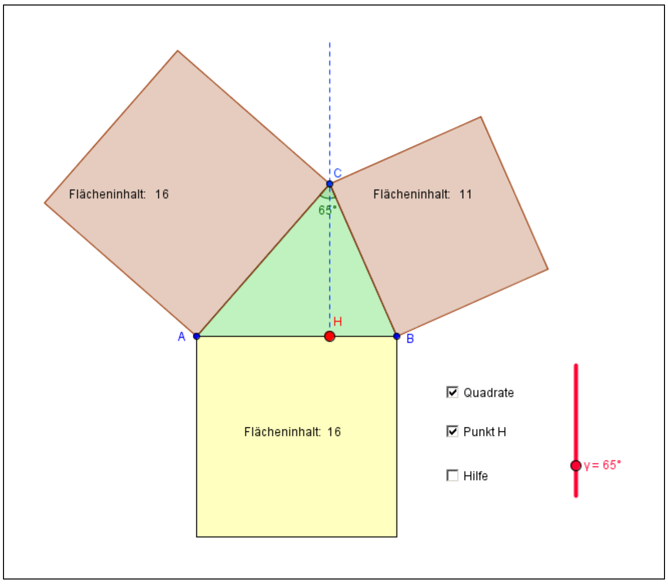
   b) –

   c) –

2. *Mögliche Antwort:*
   Das Dreieck mit der Ecke C_5 ist gleichschenklig.

Der Satz von Pythagoras

Aufgabenstellung



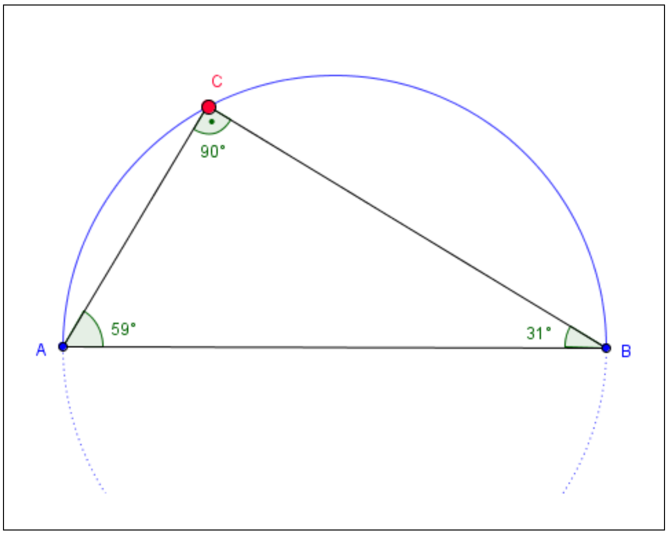
1. Blende die Quadrate ein. Ändere mit dem Schieberegler die Form des Dreiecks und beobachte, wie sich die Quadrate in der Grösse verändern.
2. Vergleiche die Summe der Flächeninhalte der braunen Flächen mit dem Flächeninhalt der gelben Fläche.
   a) Bei welcher Dreiecksform ist sie grösser als der Flächeninhalt der gelben Fläche?
   b) Bei welcher Dreiecksform ist sie gleich gross wie der Flächeninhalt der gelben Fläche?
   c) Und bei welcher Dreiecksform ist sie kleiner als der Flächeninhalt der gelben Fläche?
3. Blende H ein. Verschiebe H und untersuche noch einmal die Fragen aus 2.
4. Blende die Hilfe ein. Stelle den Winkel γ so ein, dass die Summe der braunen Flächen gleich der gelben Fläche ist. Bewege den Punkt H auf der Strecke AB. Was stellst du fest?
   Formuliere diesen Sachverhalt in eigenen Worten. Es ist der «Satz von Pythagoras».

Antworten

1. –
2. a) Bei spitzwinkligen Dreiecken ist die Summe der Flächeninhalte der braunen Quadrate grösser.
   b) Bei rechtwinkligen Dreiecken ist sie gleich gross.
   c) Bei stumpfwinkligen Dreiecken ist sie kleiner.
3. Die Antworten bei Aufgabe 2 gelten bei jeder Lage von Punkt H.
4. *Mögliche Feststellung:*
   Der Punkt C bewegt sich auf dem Thaleskreis über der Strecke AB.
   Beim rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate gleich dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates.

Aussagen zu rechtwinkligen Dreiecken

Aufgabenstellung



1. Wie heisst der blaue Kreis und was ist seine Eigenschaft?

2. Gib an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind
   a) γ ist immer ein rechter Winkel.
   b) α ist immer kleiner als 90°.
   c) β kann grösser als 90° werden.
   d) Alle drei Winkel geben zusammen immer 180°.
   e) α und β ergeben zusammen immer 90°.
   f) Wenn α = 60° ist, dann ist β = 30°.
   g) α und β sind immer verschieden gross.

   Zusätzlich für Arbeitsheft I und II:
   h) β kann doppelt so gross wie α sein.
   i) Bewegt sich C von links nach rechts, so wird α immer kleiner.
   k) Wird α immer kleiner, so wird auch β immer kleiner.

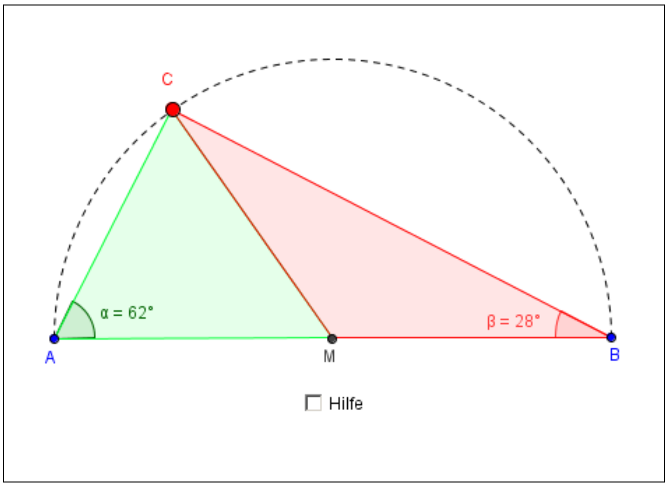
Antworten

1. *Mögliche Antwort:*
   Der blaue Kreis heisst Thaleskreis.
   Von jedem Punkt des Kreises wird die Strecke AB unter dem Winkel von 90° gesehen.
   Jeder Punkt auf diesem Kreis bildet mit den Punkten A und B ein rechtwinkliges Dreieck.
2. a) richtig
   b) richtig
   c) falsch
   d) richtig
   e) richtig
   f) richtig
   g) falsch

   h) richtig
   i) richtig
   k) falsch

«Satz von Thales» – Beweis

Aufgabenstellung



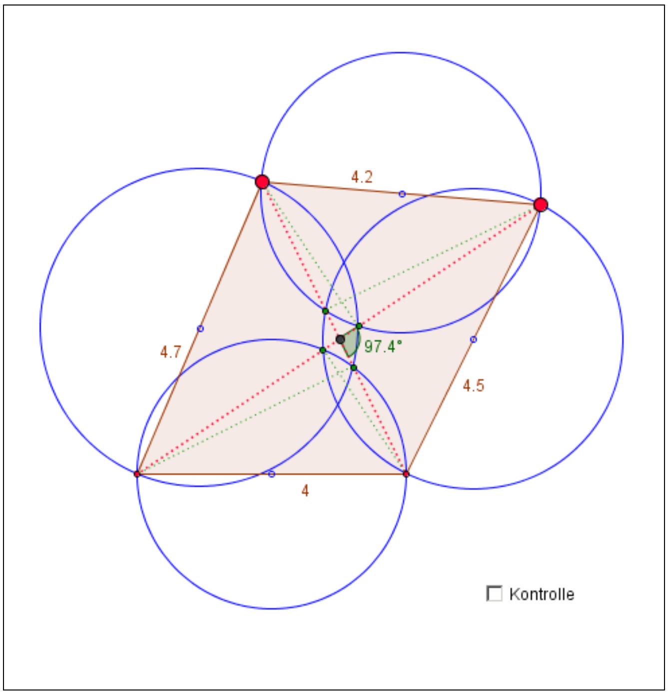
1. Bewege die Ecke C. Was kannst du über die beiden Dreiecke AMC und MBC aussagen?
2. Was kannst du über die Winkel in diesen beiden Dreiecken aussagen?
(Blende falls nötig die Hilfe ein.)
3. Berechne mit diesen Überlegungen den Dreieckswinkel γ, unabhängig von der Lage von C.
4. Notiere eine eigene Begründung, warum der Satz von Thales richtig ist.

Antworten

1. Die beiden Dreiecke sind gleichschenklig.
2. *Mögliche Aussagen:*
   – Die beiden Winkel bei M ergänzen sich auf 180°.
   – Der grüne Winkel bei C ist gleich α.
   – Der rote Winkel bei C ist gleich β. Der Winkel bei C ist gleich der Summe von $\alpha + \beta$.
3. $\alpha + \beta = \gamma = 90°$
4. *Mögliche Begründung:*
   Der Winkel α und der grüne Winkel bei C sind je halb so gross wie der rote Winkel bei M.
   Der Winkel β und der rote Winkel bei C sind je halb so gross wie der grüne Winkel bei M.
   Die Summe des roten und des grünen Winkels bei M beträgt 180°.
   Die Summe der beiden Winkel beträgt:
   $180° - \alpha - \beta = 180° - (\alpha + \beta) = 180° - 90° = 90°$

Vierecke und Thaleskreis

Aufgabenstellung



1. Studiere die Zeichnung:
   a) Was bedeuten die grünen Schnittpunkte der Thaleskreise für zwei benachbarte Viereckseiten, wenn man Dreiecke über diesen Viereckseiten errichtet?
   b) Begründe, warum die rot-punktierten Strecken durch die grünen Schnittpunkte der Thaleskreise gehen müssen.
   c) Wie stehen die grün-punktierten und die rot-punktierten Strecken aufeinander? Warum? Überprüfe.
2. Verändere die Form des Vierecks. Beobachte den grünen Winkel und die grünen Punkte:
   a) Wie gross ist der grüne Winkel, wenn sich alle vier grünen Punkte treffen?
   b) Wo treffen sich die grünen Punkte bezogen auf die rot-punktierten Strecken und das Viereck?
   c) Was bedeutet das für den schwarzen Schnittpunkt der beiden rot-punktierten Strecken bezogen auf die vier Viereckseiten?
3. a) Erstelle bekannte Viereckformen wie Rhombus, Quadrat, (symmetrisches) Trapez, Drachen usw. und beantworte dazu jeweils die Fragen a) bis c) von Aufgabe 2.
   b) Welche Viereckformen besitzen immer genau einen Punkt im Inneren, von dem aus alle Seiten unter einem rechten Winkel erscheinen?

Antworten

1. a) *Mögliche Feststellung:*
   Es entstehen zwei rechtwinklige Dreiecke. Der Schnittpunkt der beiden Thaleskreise bildet die gemeinsame Ecke mit dem rechten Winkel.

   b) *Mögliche Begründung:*
   Die rot-punktierten Strecken sind die Diagonalen im Viereck. Weil bei einem grünen Punkt die rechten Winkel der beiden Dreieck zusammenkommen, bilden entsprechenden Katheten der beiden Dreiecke eine Gerade, die rot-punktierte Diagonale.

   c) *Mögliche Feststellung:*
   Sie stehen senkrecht aufeinander. Die grün-punktierte Strecke ist eine Höhe im Dreieck.

2. a) Der grüne Winkel misst 90°.

   b) *Mögliche Feststellung:*
   Die grünen Punkte treffen sich beim schwarzen Punkt, beim Schnittpunkt der beiden Diagonalen.

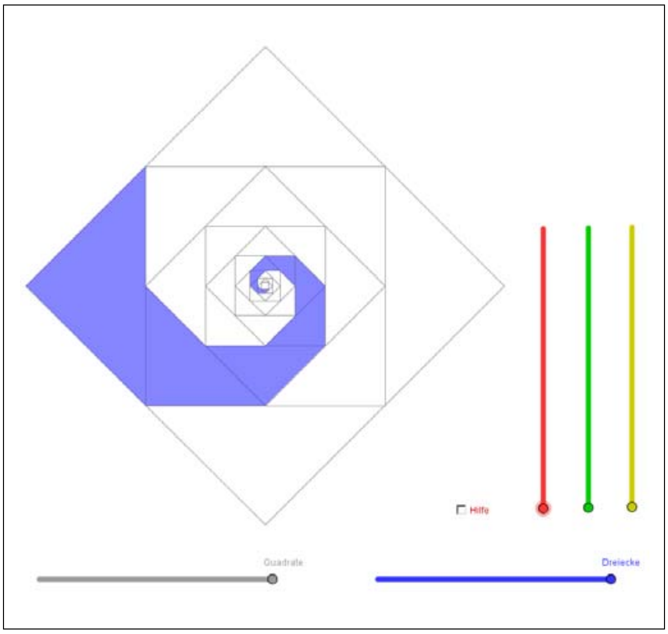
   c) *Mögliche Feststellung:*
   Vom schwarzen Punkt aus sieht man alle vier Seiten unter einem rechten Winkel.
   Das bedeutet auch: Die Diagonalen im Viereck schneiden sich rechtwinklig.

3. a) –

   b) – das Quadrat
   – der Rhombus
   – der Drache

Spirale

Aufgabenstellung



1. a) Aus was für Figuren ist der Grundraster aufgebaut?
   b) Wie sind diese Figuren angeordnet und was kannst du über ihren Flächeninhalt aussagen?
2. a) Beschreibe den Drehpunkt, um den du die Spiralen drehen kannst.
   b) Um welchen Winkel werden die Spiralen im Maximum gedreht?

Antworten

1. a) Aus Quadraten
   b) *Mögliche Aussage:*
   Die Eckpunkte der Quadrate liegen immer auf den Mittelpunkten der Seiten des nächst grösseren Quadrates.
   Der Flächeninhalt halbiert sich von Quadrat zu Quadrat.
2. a) Die Spirale wird um den Mittelpunkt der Quadrate gedreht.
   b) Die Spiralen werden maximal um 90° gedreht.