


 **Pavimentare**

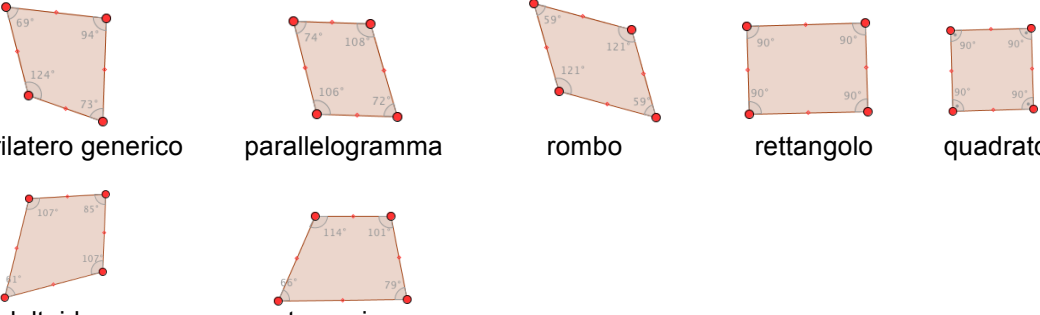
Problema



1. Quali forme di quadrilateri puoi costruire? Schizza tutte le forme possibili e scrivi il loro nome.
2. Cosa rappresentano i piccoli punti rossi sui lati del quadrilatero?
3. a) Costruisci un quadrilatero generico. Inserisci il cursore su «1° livello». Utilizzando concetti di geometria descrivi cosa accade alla figura.
 - b) Inserisci il cursore su «2° livello». Cosa constati?
 - c) Nel quadrilatero iniziale, in ciascuno dei quattro punti rossi, si toccano quattro angoli che insieme formano un angolo giro.
 - Analizza i quattro angoli. Cosa constati?
 - Che significato ha la tua constatazione in riferimento alla somma degli angoli in un quadrilatero generico?
 - d) Inserisci il cursore su «3° livello» e verifica se la pavimentazione è corretta per ciascuna forma di quadrilatero del compito 1.

Risposte

1. Forme di quadrilateri possibili:



quadrilatero generico parallelogramma rombo rettangolo quadrato

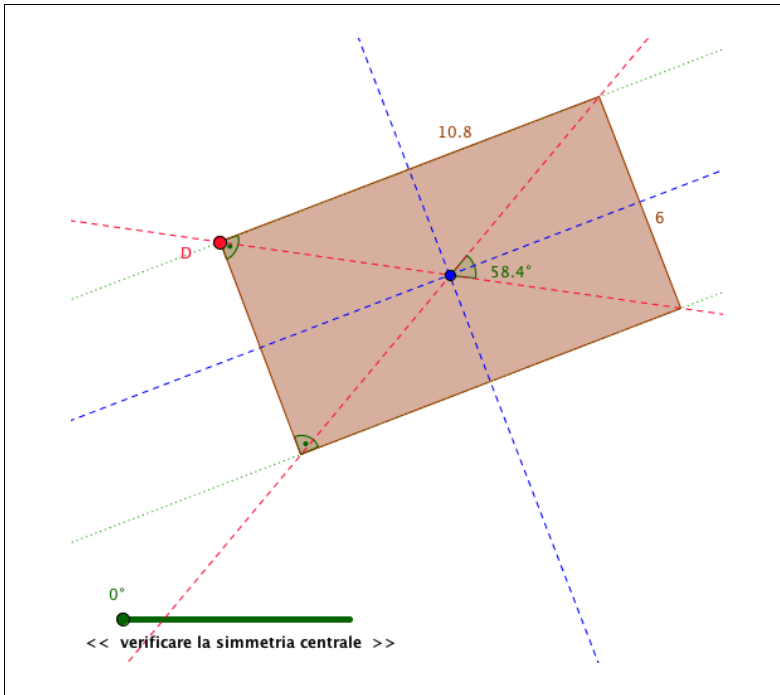
delloide trapezio

2. I piccoli punti rossi sono i **punti medi dei lati**.
3. a) In ogni punto medio dei lati il quadrilatero viene riportato in modo **speculare**.
 - b) Ciascun quadrilatero del 1° livello viene riportato in modo speculare in tre punti medi dei lati. Si forma una pavimentazione.
 - c) – I quattro angoli del quadrilatero formano l'angolo giro.
 - La somma degli angoli nel quadrilatero è di **360°**.
 - d) **Risposta possibile**
La pavimentazione è possibile per ciascuna forma di quadrilatero.



Dal rettangolo al quadrato

Problema



- Osserva quali sono gli assi di simmetria del rettangolo.
 - Il rettangolo ha simmetria assiale e centrale. Dove è posizionato il centro di simmetria?
 - Aziona il cursore. Descrivi il movimento del rettangolo.
- Sposta il vertice D. Quale forma presenta il rettangolo, se pure le due diagonali di colore rosso sono assi di simmetria?

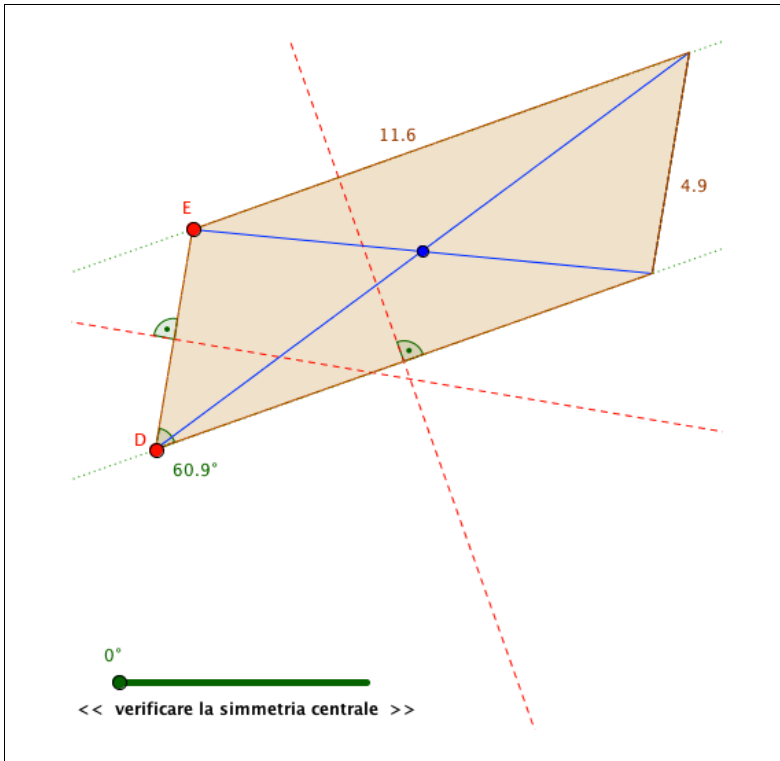
Risposte

- Le rette di colore **blu** sono gli assi di simmetria.
 - Il centro di simmetria è il **punto d'intersezione delle diagonali** del rettangolo. Coincide con il punto di intersezione delle mediane.
 - Il rettangolo **ruota** attorno al centro. Dopo una rotazione di 180° la figura originale e la figura ruotata si sovrappongono.
- Risulta un **quadrato**.



Dal parallelogramma al rettangolo

Problema



- Descrivi dove si trova il centro di simmetria del parallelogramma.
 - Aziona il cursore. Descrivi il movimento del parallelogramma.
- Trasforma il parallelogramma in modo tale da ottenere una figura con simmetria assiale. Descrivi la figura ottenuta e le sue proprietà di simmetria.
- Forma un quadrato.
 - Descrivi le proprietà di simmetria assiale del quadrato.
 - Ruota il quadrato di 90° . Cosa constati?

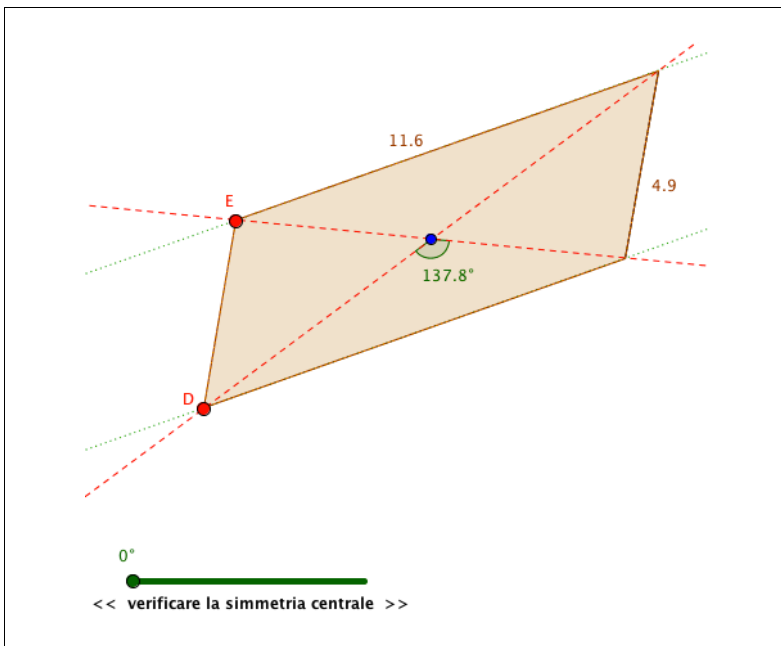
Risposte

- Il centro di simmetria è il **punto d'intersezione delle diagonali** del parallelogramma.
 - Il parallelogramma **ruota** attorno al punto d'intersezione delle diagonali. Dopo una rotazione di 180° la figura origina e la figura ruotata si sovrappongono.
- Risulta un **rettangolo**.
Il rettangolo ha **simmetria assiale** rispetto alle due mediane e ha **simmetria centrale** rispetto al centro.
- Il quadrato ha quattro assi di simmetria.
 - Il quadrato ha simmetria di rotazione. L'angolo di rotazione è di **90°** .



Dal parallelogramma al rombo

Problema

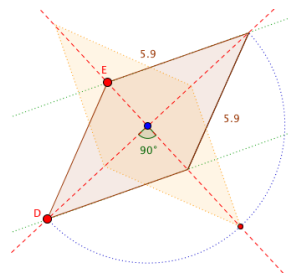


- Descrivi dove si trova il centro di simmetria del parallelogramma.
 - Aziona il cursore. Descrivi il movimento del parallelogramma.
- Trasforma il parallelogramma in modo tale da ottenere un rombo. Descrivi la relazione tra le due diagonali del rombo.
- Posiziona il cursore a 90° . Trasforma la figura del compito 2 in modo tale da ottenere un quadrato. Cosa constati?

Risposte

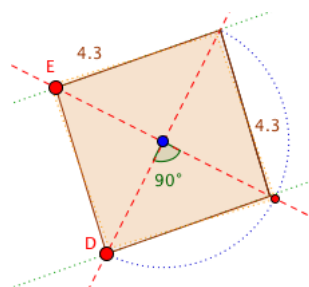
- Il centro di simmetria è il **punto d'intersezione delle diagonali** del parallelogramma.
 - Il parallelogramma **ruota** attorno al punto d'intersezione delle diagonali. Dopo una rotazione di 180° la figura originale e la figura ruotata si sovrappongono..

- Le due diagonali s'intersecano **perpendicolarmente**.



- Costatazione possibile*

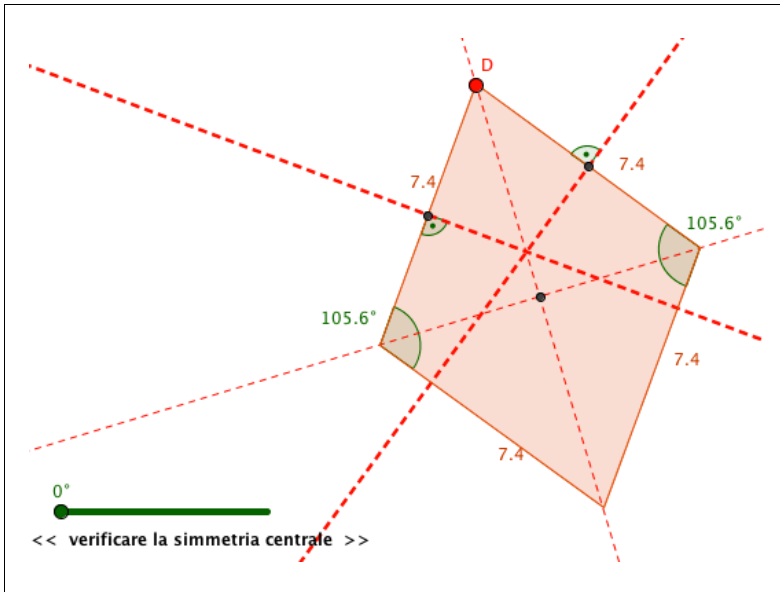
- Nel quadrato le diagonali hanno la stessa lunghezza.
- Il quadrato ha quattro angoli uguali (90°).
- Il quadrato ha un circocerchio.





Casi particolari riferiti al rombo

Problema



- Il rombo ha simmetria centrale.
 - Descrivi dove si trova il centro di simmetria del rombo.
 - Aziona il cursore. Descrivi il movimento del rombo.
- Trasforma il rombo in modo tale che anche gli assi dei segmenti segnati in grassetto diventino assi di simmetria.
 - Scrivi il nome della nuova figura.
 - Descrivi la relazione tra i due assi dei segmenti.
- Analizza le proprietà di simmetria di rotazione della nuova figura con l'ausilio del cursore. Cosa constati?

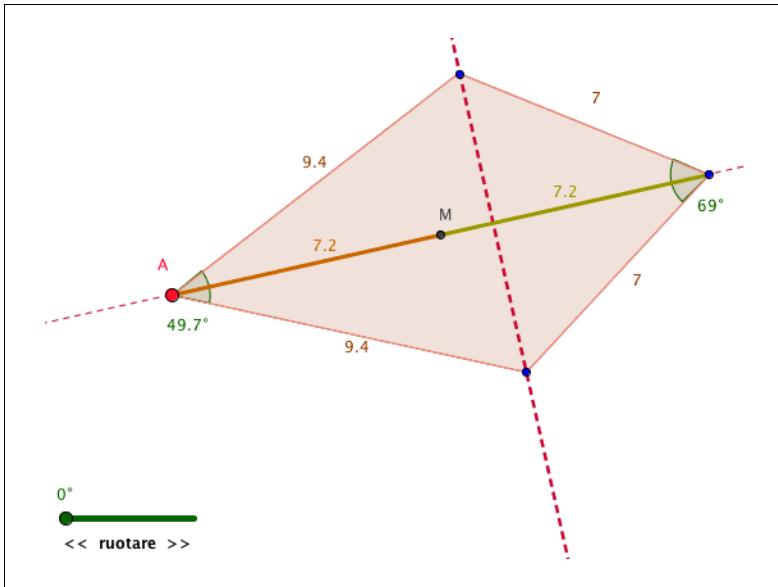
Risposte

- Il centro di simmetria è il **punto d'intersezione delle diagonali** del rombo.
 - Il rombo **ruota** attorno al punto d'intersezione delle diagonali. Dopo una rotazione di 180° la figura origine e la figura ruotata si sovrappongono.
- Risulta un **quadrato**.
 - I due assi dei segmenti s'intersecano **ad angolo retto**.
- Il quadrato ha **simmetria di rotazione**. L'angolo di rotazione è di 90° .



Casi particolari riferiti al deltoide

Problema



- Il deltoide ha simmetria assiale. Quali punti si trovano sull'asse di simmetria?
 - Descrivi la posizione del punto M.
- Quale forma presenta il deltoide, se anche la seconda diagonale è asse di simmetria?
 - Analizza le proprietà di simmetria centrale di questa forma, facendola ruotare. Cosa constati?
- Trasforma un deltoide in un quadrato e analizza le sue proprietà di simmetria di rotazione e di simmetria centrale. Cosa constati?

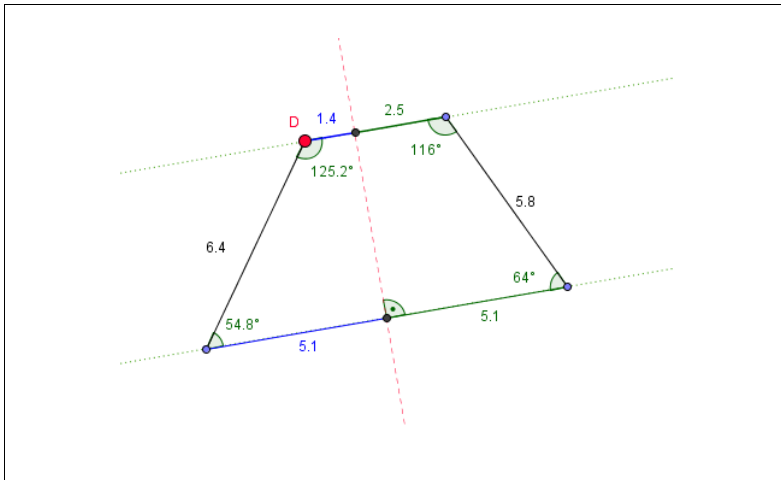
Risposte

- I punti **A** e **M** si trovano sull'asse di simmetria.
 - M è il **punto medio** della diagonale lunga.
- Diventa un **rombo**.
 - Il rombo ha **simmetria centrale**.
- Il quadrato ha **simmetria di rotazione**. L'angolo di rotazione è di **90°**.
Il quadrato ha pure **simmetria centrale**.



Casi particolari riferiti al trapezio

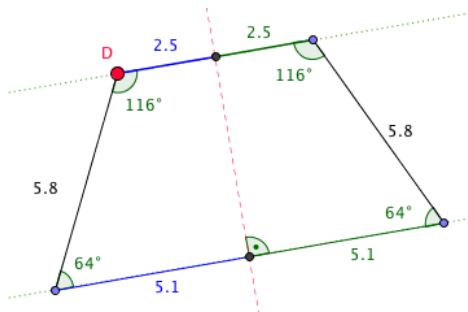
Problema



1. Costruisci un trapezio con simmetria assiale. Scrivi il nome di questo trapezio.
2. Scrivi le proprietà del trapezio con simmetria assiale in riferimento ai lati e agli angoli.

Risposte

1.



Risulta un **trapezio isoscele**.

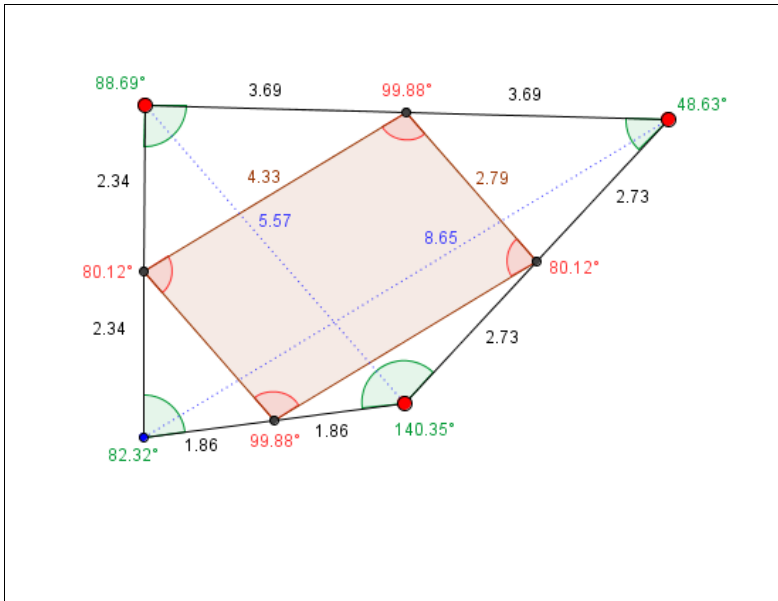
2. *Risposte possibili*

- Un trapezio isoscele ha due lati lunghi uguali.
- I due lati obliqui hanno la stessa lunghezza.
- L'asse dei due lati paralleli è l'asse di simmetria del trapezio isoscele.
- Angoli opposti si completano a 180° .
- I due angoli di un lato parallelo hanno la stessa ampiezza.



Quadrilatero formato dai punti medi dei lati

Problema



1. a) Trasforma il quadrilatero esterno nelle figure seguenti:
 - quadrato,
 - rettangolo,
 - rombo,
 - parallelogramma,
 - deltoide,
 - trapezio.

Osserva attentamente il quadrilatero interno, il quadrilatero formato dai punti medi dei lati.
 - b) – Completa la frase: «In ogni quadrilatero il quadrilatero formato dai punti medi dei lati è ... ».
 - Motiva quest'asserzione.
 - c) Confronta le lunghezze delle diagonali del quadrilatero esterno con le lunghezze dei lati del quadrilatero formato dai punti medi dei lati. Cosa constati?
2. Analizza in quale tipo di quadrilatero, il quadrilatero formato dai punti medi dei lati è un rettangolo, un quadrato oppure un rombo. Motiva ogni volta la relazione.

Risposte

1. a) –
 - b) «In ciascun quadrilatero, il quadrilatero formato dai punti medi dei lati è un **parallelogramma**».

Motivazione: nel quadrilatero formato dai punti medi dei lati, sempre due lati sono paralleli a una diagonale del quadrilatero. Perciò nel quadrilatero formato dai punti medi dei lati i due rispettivi lati opposti sono paralleli.
 - c) Le diagonali hanno una **lunghezza doppia** rispetto ai lati paralleli corrispondenti del quadrilatero formato dai punti medi dei lati.
2. – Nel **rombo** il quadrilatero formato dai punti medi dei lati è un rettangolo.

Motivazione: nel rombo le diagonali s'intersecano ad angolo retto. Perciò il quadrilatero formato dai punti medi dei lati ha quattro angoli dell'ampiezza di 90° .

 - Nel **quadrato** il quadrilatero formato dai punti medi dei lati è un quadrato.

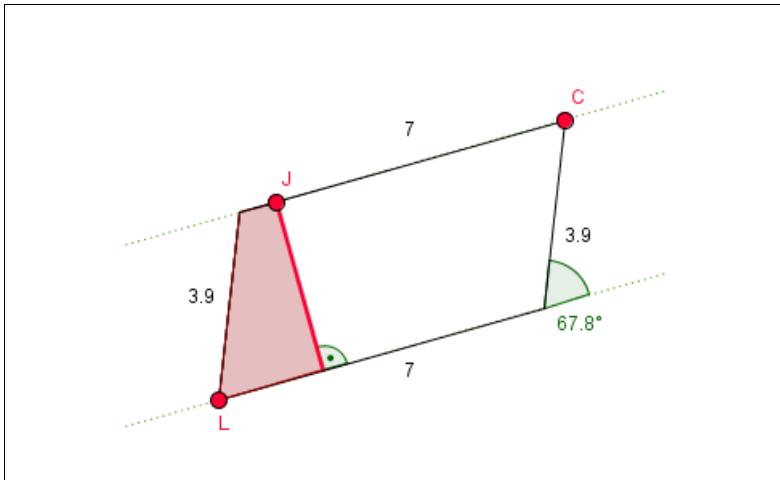
Motivazione: nel quadrato le diagonali sono lunghe uguali e s'intersecano ad angolo retto. Perciò il quadrilatero formato dai punti medi dei lati ha quattro lati lunghi uguali e quattro angoli dell'ampiezza di 90° .
 - Nel **rettangolo** il quadrilatero formato dai punti medi dei lati è un rombo.

Motivazione: nel rettangolo le diagonali sono lunghe uguali. Perciò il quadrilatero formato dai punti medi dei lati ha quattro lati lunghi uguali.



Parallelogramma: calcolo dell'area

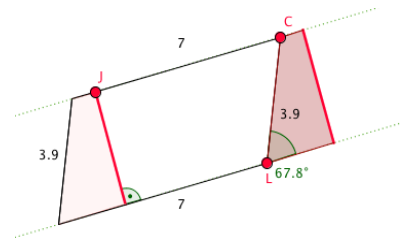
Problema



- Sposta il punto L il più possibile verso destra. Il parallelogramma e il rettangolo formato dai lati di colore rosso hanno la stessa area. Motiva il perché.
 - Cosa rappresenta il segmento rosso nel parallelogramma?
 - Come puoi calcolare l'area di un parallelogramma? Descrivi.
- Costruisci un rombo. Come puoi calcolare l'area di un rombo?

Risposte

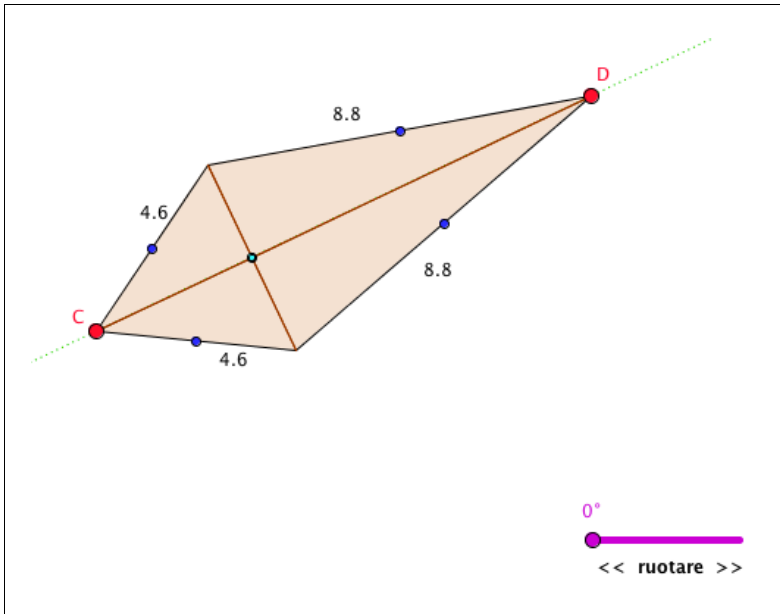
- Formulazione possibile*
L'area di colore rosso viene tolta a sinistra e aggiunta sulla destra. Così facendo l'area rimane invariata.
 - Il segmento rosso è un'altezza.
 - Formulazione possibile*
L'area di un parallelogramma ha la stessa grandezza dell'area di un rettangolo, con lo stesso lato e la stessa altezza. L'area può così essere calcolata quale prodotto del lato del parallelogramma e della rispettiva altezza.
- Formulazione possibile*
Il rombo è un parallelogramma particolare (tutti i lati sono lunghi uguali). Perciò si può calcolare l'area del rombo allo stesso modo: lato per rispettiva altezza.





Deltoidi: calcolo dell'area

Problema



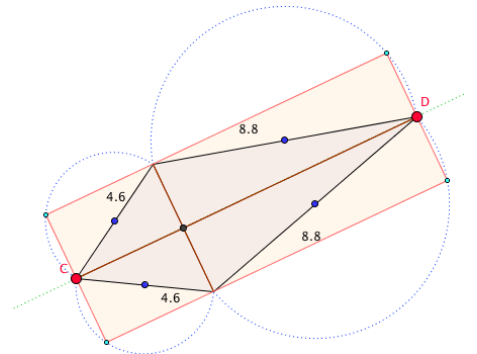
1. Posiziona il cursore a 180°.
 - a) In che relazione stanno le aree del deltoide e del rettangolo?
 - b) Come si chiamano i due segmenti marroni nel deltoide?
 - c) Annota come puoi calcolare l'area di un deltoide.
2. Costruisci un rombo.
Scrivi una formula a parole per il calcolo dell'area del rombo.

Risposte

1. a) Il rettangolo ha un'area **doppia** rispetto al deltoide.
- b) I segmenti marroni sono le **diagonali**.
- c) Area deltoide = **Diagonale per diagonale, diviso 2**.

Formula: $A = (e \cdot f) : 2 = \frac{e \cdot f}{2}$ (Le diagonali vengono denominate con e, rispettivamente con f.)

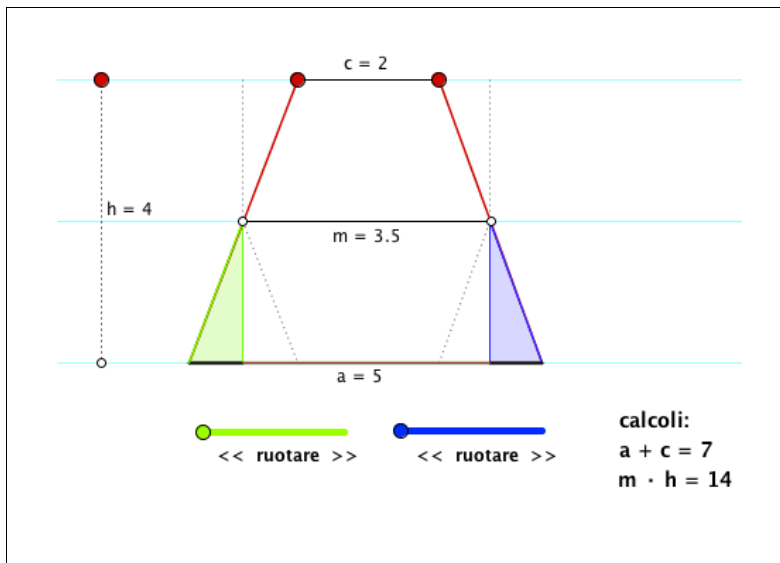
2. *Formulazione possibile*
Il rombo è un deltoide particolare (tutti i lati sono lunghi uguali).
Perciò l'area del rombo può essere calcolata allo stesso modo:
diagonale per diagonale, diviso 2.





Trapezio: calcolo dell'aria

Problema



- Ruota quanto possibile i due triangoli colorati.
 - Quale forma di quadrilatero risulta?
 - Quale significato ha il segmento m ?
 - Quale relazione c'è tra m e $a + c$?
 - Scrivi come puoi calcolare l'area di un trapezio.
- Sai come viene calcolata l'area di un parallelogramma.
 - Forma un parallelogramma e aziona i cursori.
 - Motiva perché la formula per il calcolo dell'area del trapezio vale pure per il parallelogramma.
- Allo stesso modo analizza il calcolo dell'area del:
 - rombo
 - rettangolo
 - quadrato.

Risposte

- Risulta un **rettangolo** equivalente.
 - Il segmento m è la **mediana** del trapezio.
 - La mediana del trapezio **misura la metà** della somma dei due lati paralleli:

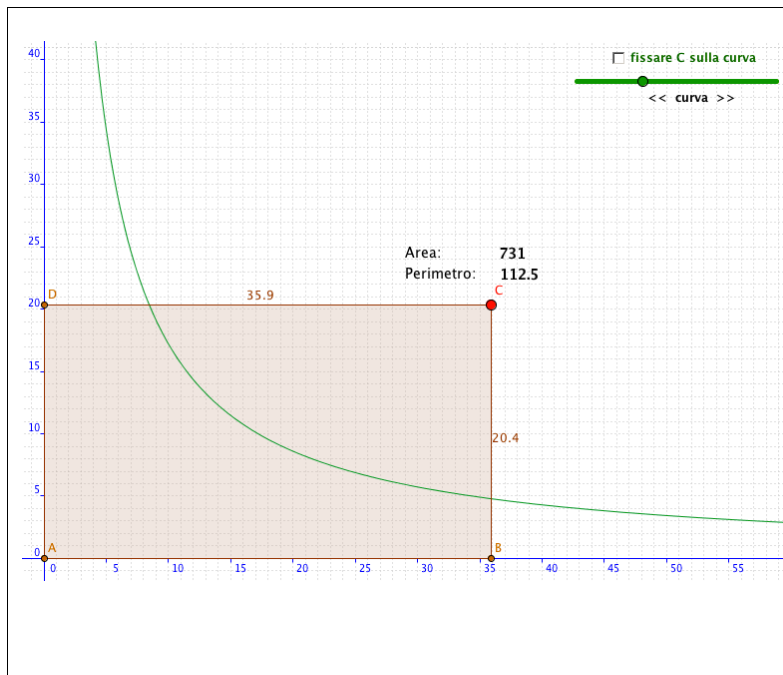
$$m = (a + c) : 2 = \frac{a + c}{2}$$
 - Formulazione possibile*
 L'area del trapezio corrisponde all'area di un rettangolo con la stessa altezza e la stessa mediana del trapezio:
 area del trapezio = mediana per altezza.

 Quale formula: $A = h \cdot m = h \cdot (a + c) : 2 = h \cdot \frac{a + c}{2}$
- - Motivazione possibile*
 La mediana nel parallelogramma ha la stessa lunghezza dei due suoi lati paralleli. Perciò la formula per il calcolo dell'area del trapezio vale pure per il parallelogramma:
 area del parallelogramma = mediana per altezza.
-



Perimetro rettangolo

Problema



1. a) Sposta il vertice C.
Osserva attentamente come cambiano l'area e il perimetro del rettangolo.
- b) Dell'area e del perimetro verifica i valori indicati. Inserisci per C coordinate con numeri interi.
2. Con il vertice C del rettangolo segui esattamente la curva verde.
 - a) Osserva attentamente i dati riferiti all'area. Cosa constati?
 - b) La tua constatazione vale pure per una posizione diversa della curva verde?
3. Con il vertice C del rettangolo segui di nuovo la curva verde.
 - a) Trova il punto nel quale il rettangolo presenta il perimetro minore.
 - b) In questo caso quale forma presenta la figura? Modificando la curva, verifica se ciò corrisponde sempre, risolvendo di nuovo il compito a.
4. Fa' il contrario:
 - a) posiziona C su coordinate con numeri interi e modifica la curva così che passi per C.
 - b) Verifica la tua constatazione fatta nel compito 2.

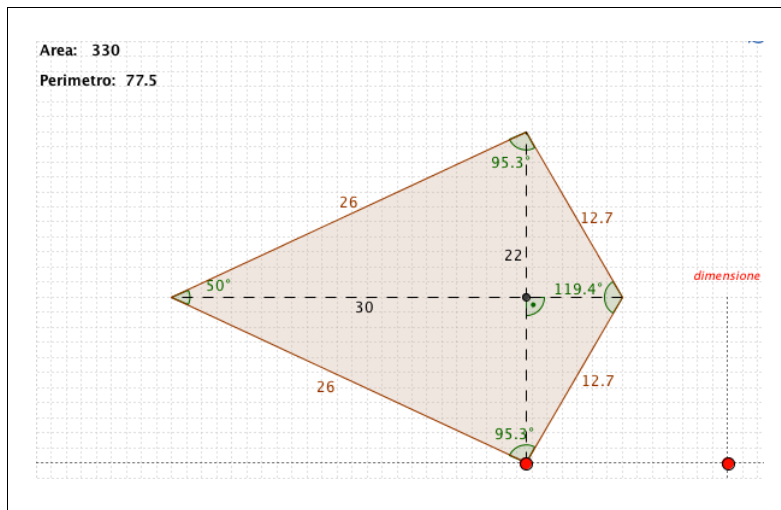
Risposte

1. a) –
- b) –
2. a) *Formulazione possibile*
L'area è sempre, più o meno, grande uguale.
- b) **Si**
3. a) –
- b) La figura è un **quadrato**.
4. a) –
- b) *Formulazione possibile*
La deduzione corrisponde. Nel caso che sia data l'area è il quadrato che presenta il perimetro minore.



Deltoide – rombo

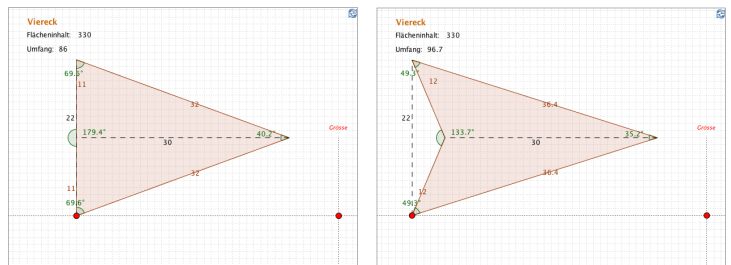
Problema



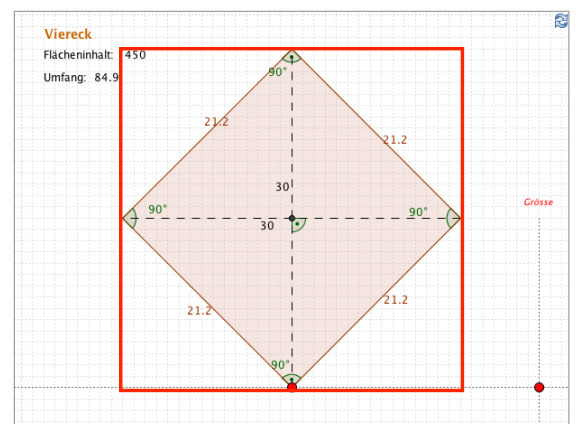
1. a) Scrivi il nome del quadrilatero.
b) Verifica con un calcolo le misure indicate per l'area e il perimetro.
2. Sposta il vertice rosso C del quadrilatero.
 - a) Osserva attentamente l'area e il perimetro. Cosa constati? Motiva.
 - b) Posiziona il punto in modo tale che il quadrilatero presenti il perimetro minore possibile. Quale forma presenta il quadrilatero?
 - c) Verifica, se la tua risposta al compito b corrisponde sempre modificando la grandezza della figura e risolvendo di nuovo il compito b.
3. a) Costruisci un quadrato.
b) Descrivi come riesci a calcolare l'area di un quadrato utilizzando le diagonali. Motiva perché ciò è possibile.

Risposte

1. a) **Deltoide**
b) –
2. a) L'area non subisce cambiamenti.
Indicazione
L'area non subisce cambiamenti neppure quando il deltoide viene trasformato in un triangolo.
Spiegazione
Le due diagonali, utilizzate per calcolare l'area, rimangono invariate.



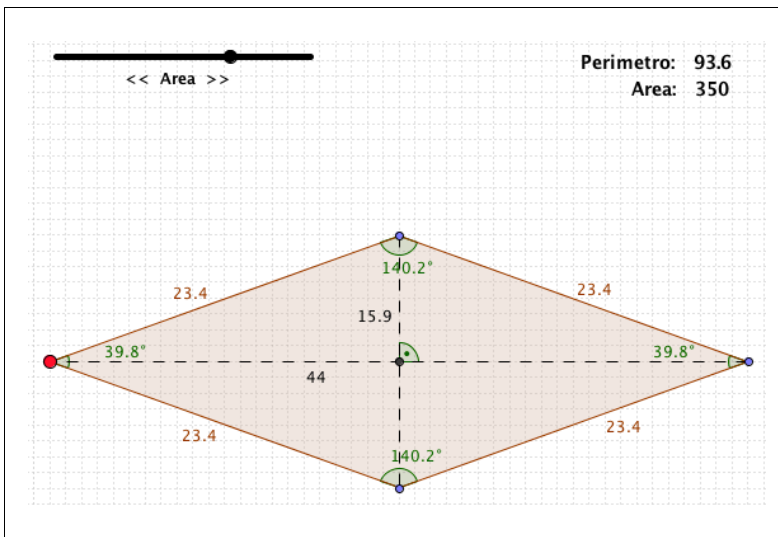
- b) Probabilmente il rombo presenta il perimetro minore.
- c) –
3. a) –
b) Area del quadrato = Diagonale per diagonale, diviso 2
Spiegazione possibile
Il prodotto delle due diagonali, lunghe uguali, corrisponde all'area del quadrato marcato in rosso nell'immagine a destra. Questo quadrato è il doppio del quadrato interno colorato.





Rombo – quadrato

Problema



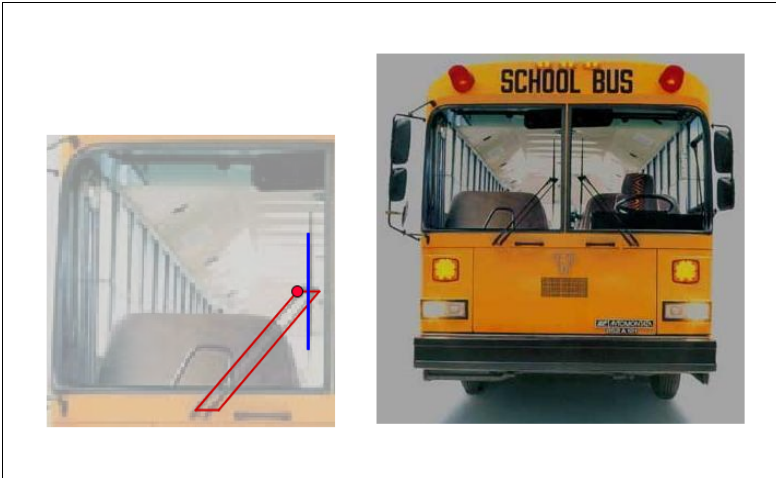
1. a) Verifica con un calcolo l'area del rombo indicata.
- b) Modifica il rombo in modo tale da presentare il perimetro minore. Cosa constati?
- c) Con il cursore inserisci altre aree e verifica quanto hai constatato.
2. Questo lo sai: «Di tutti i deltoidi con la stessa area, il rombo è quello che ha il perimetro minore.»
Scrivi una formulazione analoga per la relazione tra il rombo e il quadrato.

Risposte

1. a) –
Indicazione
Alcune volte ci sono delle minime differenze perché le lunghezze indicate sullo schermo sono arrotondate.
- b) Se il rombo diventa **quadrato**, allora presenta il perimetro minore.
- c) –
2. *Formulazione possibile*
«Di tutti i rombi con la stessa area, il quadrato è quello che ha il perimetro minore.»

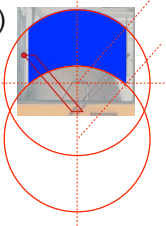
Tergicristallo

Problema



- Descrivi la forma della parte in rosso che sostiene la spazzola e dove la spazzola blu è fissata.
 - Muovi il tergicristallo e confronta la superficie blu con il tuo schizzo dell'esercizio 8.1 b a pagina 187 dell'*Eserciziario*.
 - Quale forma di quadrilatero particolare risulta nel movimento della parte di sostegno nell'esecuzione del movimento completo del tergicristallo?
- Motiva perché l'area del parallelogramma di colore rosso cambia quando il tergicristallo è in movimento.
 - Confronta il perimetro e l'area del parallelogramma mentre il tergicristallo compie un movimento completo.

Risposte

- La parte che sostiene la spazzola è un **parallelogramma**.
Formulazione possibile
La spazzola è fissata al centro del lato corto del parallelogramma.
 - 
 - Al centro della superficie spazzolata il parallelogramma diventa **rettangolo**.
- Motivazione possibile*
Con il movimento la lunghezza dei lati del parallelogramma non cambia. Ma l'altezza del parallelogramma diventa continuamente maggiore e successivamente minore. Perciò durante il movimento la dimensione dell'area varia.
 - Il perimetro del parallelogramma rimane **invariato**.
L'area del parallelogramma presenta l'area minore nelle due posizioni laterali esterne e quella maggiore nella posizione centrale (rettangolo).