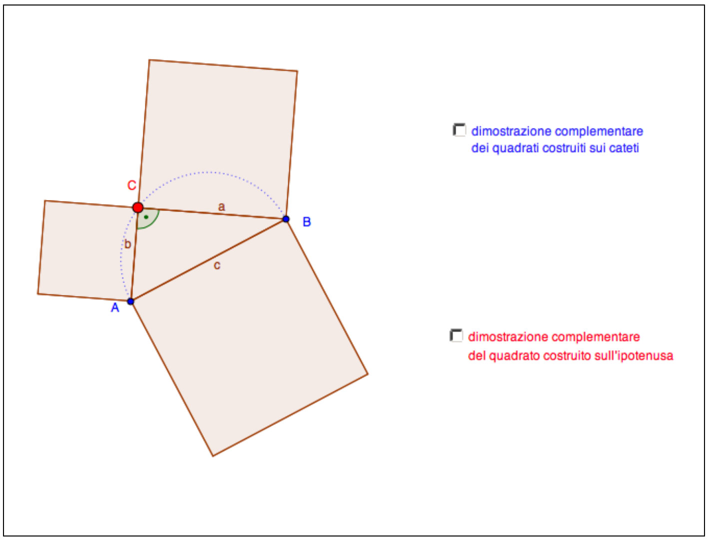
Dimostrazione complementare

Problema



1. a) Attiva i quadrati di grandi dimensioni.
   b) Muovi il punto C e osserva come varia la figura.

2. Supponiamo che i due quadrati di grandi dimensioni siano uguali. Come puoi dedurre il teorema di Pitagora?

3. Motiva, perché …
   a) tutti gli otto lati dei due quadrati di grandi dimensioni sono lunghi uguali,
   b) tutti gli otto angoli dei due quadrati di grandi dimensioni sono angoli retti,
   c) in ognuno dei due quadrati di grandi dimensioni la somma dei quattro angoli dà sempre 180°, per esempio nel punto B.

Antworten

1. a) –
   b) –
2. *Possibile spiegazione*
   Se i quadrati di colore rosso e di colore blu hanno le stesse dimensioni, allora devono avere le stesse dimensioni pure i quattro triangoli di colore rosso e i quattro di colore blu.
   L'area del quadrato di colore blu meno le aree dei quattro triangoli di colore blu corrisponde a $(a^2 + b^2)$.
   L'area del quadrato di colore rosso meno le aree dei quattro triangoli di colore rosso corrisponde a c^2.
   Perciò nel triangolo rettangolo vale: $a^2 + b^2 = c^2$.
3. a) *Possibile motivazione*
   Gli otto triangoli sono congruenti. Sono triangoli rettangoli con i lati a, b e c.
   La lunghezza dei lati dei quadrati di colore blu e di colore rosso è sempre a + b.

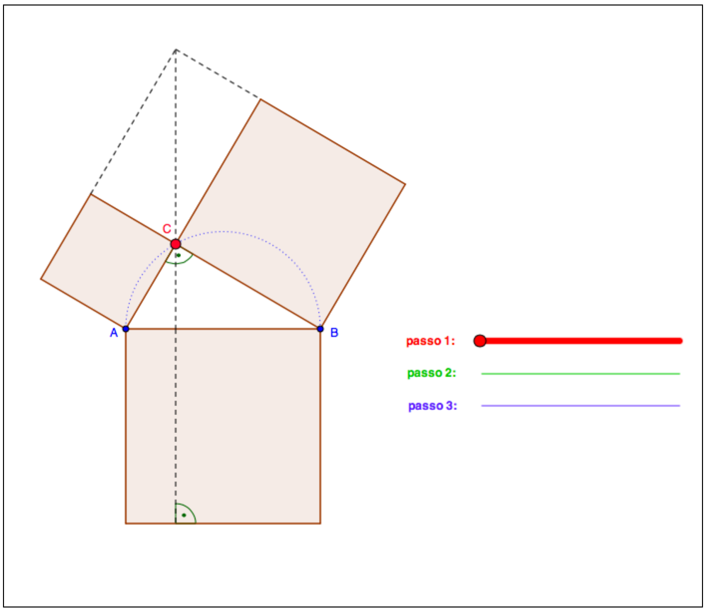
   b) *Possibile motivazione*
   Nel quadrato di colore rosso gli angoli retti dei triangoli corrispondono agli angoli del quadrato.
   Nel quadrato di colore blu due angoli corrispondono a quelli dei quadrati costruiti sui cateti e gli altri due angoli corrispondono a due angoli dei triangoli rettangoli.

   c) *Possibile motivazione*
   Nel quadrato di colore blu l'angolo nel punto B è formato da un angolo retto (90°) e dagli angoli a e b.

La somma degli angoli a e b nel triangolo rettangolo è di 90°. Perciò l'angolo nel punto B misura 180°.
L'angolo nel punto B del quadrato di colore rosso è di: $2a + 2b = 2(a + b) = 2 \cdot 90° = 180°$.

Dimostrazione con movimento

Problema



1. L'area del quadrilatero in movimento rimane invariata.
   Per ognuno dei tre passi motiva il perché.

2. Scrivi il procedimento e le tue riflessioni sul foglio di lavoro «2 Sequenze di immagini».

3. Come si muove la superficie del quadrato sul cateto a sinistra per ottenere la superficie equivalente costruita sull'ipotenusa?
   Disegna questo procedimento sul foglio di lavoro.

4. Motiva perché i due movimenti combinati dimostrano il teorema di Pitagora.

Risposte

1. *Motivazione possibile*

   1° passo: il quadrato viene trasformato in un parallelogramma, ma la base e la rispettiva altezza non cambiano.

   2° passo: senza variare la forma il parallelogramma viene spostato lungo l'altezza del triangolo nel quadrato costruito sull'ipotenusa.

   3° passo: il parallelogramma viene trasformato in un rettangolo, ma la base e la rispettiva altezza non cambiano.

2. –
3. –
4. *Motivazione possibile*
   Ciascuno dei due movimenti trasforma un quadrato costruito sul cateto in un rettangolo. I due rettangoli insieme hanno un'area equivalente al quadrato costruito sull'ipotenusa.
   Perciò nel triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti è equivalente all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa.