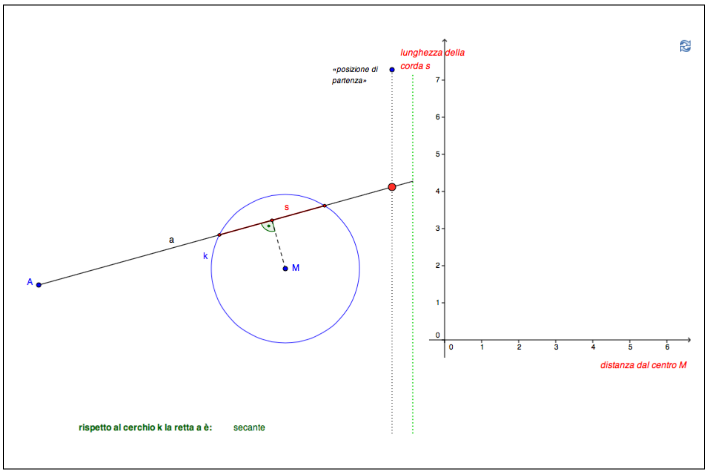
Corde

Problema



1. Ruota la retta a attorno al punto A e leggi il testo di colore verde.
   a) La retta, quando è una secante? Quando una tangente? Quando la retta non è né l'una né l'altra?
   b) Quante tangenti e quante secanti si possono tracciare partendo dal punto fisso A?

2. a) Il segmento s è una corda. Descrivi cosa s'intende per corda.
   b) Quando la corda s ha una lunghezza massima nel cerchio k?

3. Osserva attentamente il centro della corda e la distanza con il centro del cerchio M.
   Cosa constati?

Risposte

1. a) – La retta è una secante quando interseca il cerchio.
   – La retta è una tangente quando tocca il cerchio.
   – La retta non è una secante o una tangente quando passa all'esterno del cerchio.

   b) – Si possono tracciare esattamente due tangenti.
   – Si può tracciare un numero illimitato di secanti.

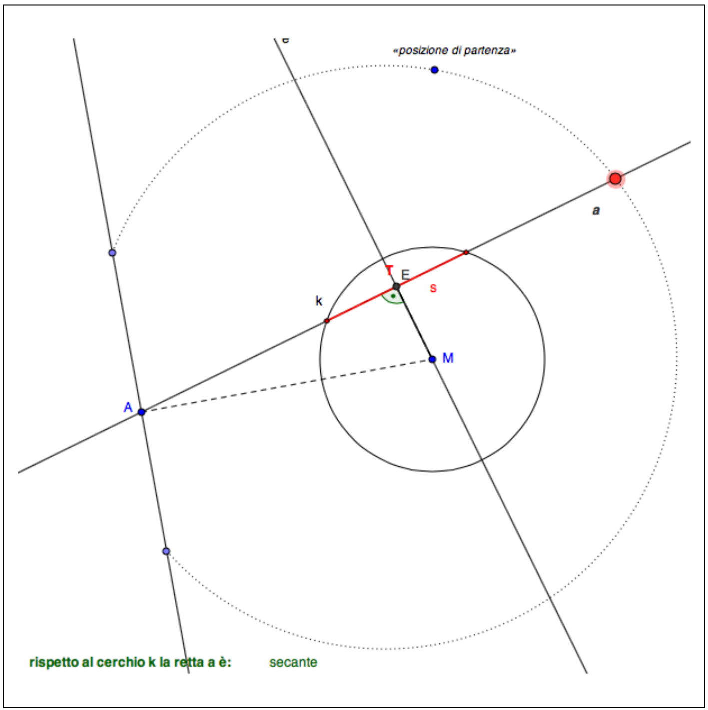
2. a) *Possibile descrizione*
   Una corda è un segmento che unisce due punti della circonferenza.

   b) La corda ha una lunghezza massima quando è il diametro del cerchio.

3. *Possibile constatazione*
   La lunghezza della corda e la distanza del suo centro dal centro del cerchio non sono proporzionali.

Costruzione di tangenti

Problema



1. Ruota la retta a attorno al punto A.
   a) Che particolarità ha il triangolo AMT?
   b) Osserva il punto T; su quale traiettoria si muove?
   c) Dov'è posizionato T, se la retta a è una tangente al cerchio k?
   d) Come costruisci la «traiettoria» di T?

2. Qual è la posizione di A,
   a) se non ci sono tangenti al cerchio k passanti per A?
   b) se c'è una sola tangente al cerchio k passante per A?
   c) se ci sono due tangenti al cerchio k passanti per A?

3. a) Descrivi come costruisci le due tangenti al cerchio passanti per A.
   b) Descrivi la costruzione se c'è una sola tangente al cerchio passante per A.

Risposte

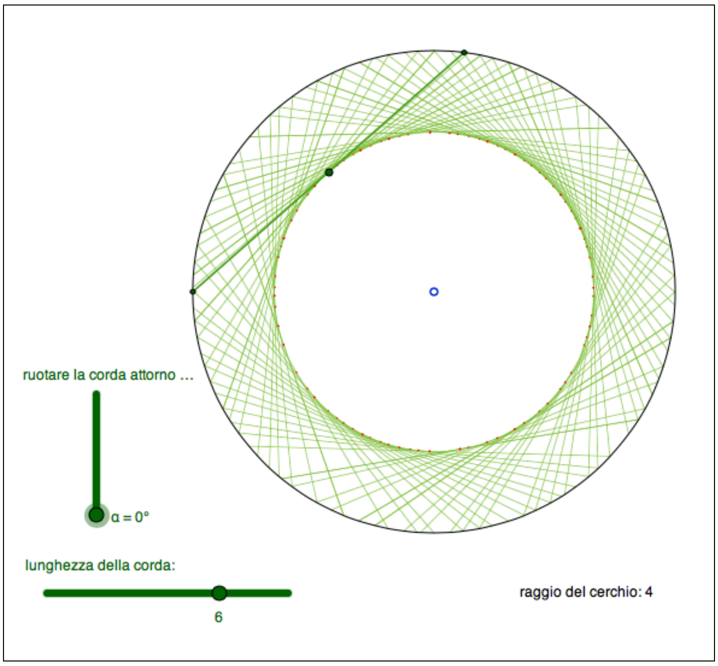
1. a) Il triangolo AMT è un triangolo rettangolo.
   b) *Possibile constatazione*
   Il punto T si muove su un cerchio costruito sul segmento AM.
   c) Il punto T si trova sul cerchio k.
   d) *Possibile descrizione*
   Costruendo il cerchio di Talete sul segmento AM.

2. Il punto A si trova
   a) all’interno del cerchio k.
   b) sulla circonferenza del cerchio k.
   c) all’esterno del cerchio k.
3. a) *Possibile descrizione*
   – Costruire il cerchio di Talete sul segmento AM.
   – Intersecare il cerchio di Talete con il cerchio k.
   – Collegare i due punti d’intersezione con il punto A.

   b) *Possibile descrizione*
   Il punto A si trova sulla circonferenza del cerchio k.
   – Costruire il raggio MA.
   – Costruire una perpendicolare al raggio MA passante per il punto A.

Figure con fili

Problema



1. Su quale traiettoria si muove il centro della corda, se ruoti la corda attorno al centro del cerchio?

2. Tendi le figure con fili utilizzando delle corde con una lunghezza che vari in modo regolare dopo ogni giro – per esempio con passi della distanza di 1.5.
   Cosa constati?

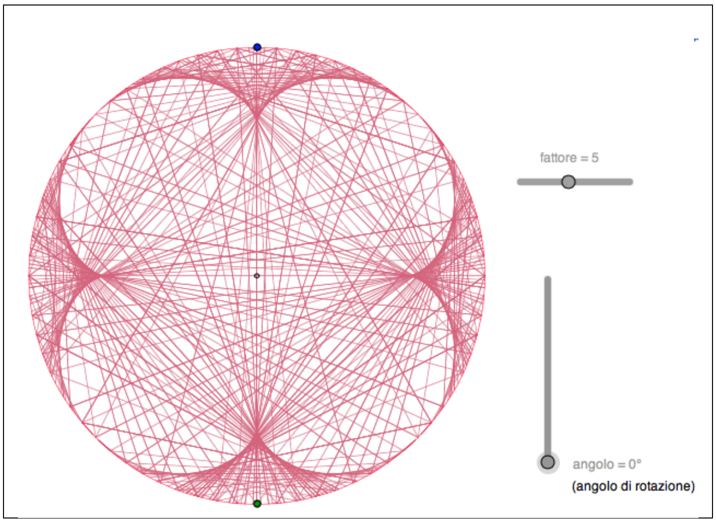
3. Descrivi cosa succede se inserisci 8 quale lunghezza della corda.

Risposte

1. Il centro della corda si muove lungo un cerchio.
2. *Possibile constatazione*
   I raggi dei cerchi sui quali si muove il centro della corda diventano minori passo dopo passo. La diminuzione dei raggi non è proporzionale all'allungamento della corda.
3. *Possibile descrizione*
   La corda corrisponde al diametro. La figura con fili copre tutta l'area del cerchio.

Corde particolari

Problema



1. Varia molto lentamente l'angolo di rotazione da 0° a 180°.
   a) Qual è la posizione dei punti di colore *blu*, se l' «angolo di rotazione» è impostato su 180°?
   b) – Con quale «angolo di rotazione» s'incontrano per la prima volta i punti di colore verde e quelli di colore blu?
   – In questa posizione con quale angolo hanno ruotato i punti di colore blu attorno al centro?
   – In questa posizione con quale angolo hanno ruotato i punti di colore verde attorno al centro?
   c) Imposta il «fattore» 2.
   Qual è la posizione dei punti di colore *verde*, se l' «angolo di rotazione» è impostato su 180°?

2. Ipotizza dove saranno posizionati i quattro punti se l'«angolo di rotazione» è di 180° ed:
   a) è impostato il «fattore» 1.
   Verifica la tua ipotesi.
   b) è impostato il «fattore» 3.
   Verifica la tua ipotesi.

3. a) Con quale «fattore» può essere costruita la cosiddetta 'nefroide'?
   b) Con quale «fattore» si crea la cosiddetta 'cardioide'?
   c) Con un determinato «fattore» puoi ipotizzare quante insenature si creano in una «figura con fili»?

Risposte

1. a) I punti di colore blu si trovano di fronte al punto di partenza.
   b) – I punti di colore blu e quelli di colore verdi s'incontrano per la prima volta con un «angolo di rotazione» di 30°.
   – I punti di colore blu sono ruotati di 30°.
   – I punti di colore verde sono ruotati di 150°.
   c) I punti di colore verde si trovano di nuovo al punto di partenza.
2. a) Possibile *ipotesi*
   I punti ruotano di 180° attorno al centro del cerchio.

b) *Possibile ipotesi*
   – I punti di colore blu ruotano di 180° attorno al centro del cerchio. Si trovano nella parte «inferiore» del cerchio.
   – I punti di colore verde ruotano di 540° attorno al centro del cerchio. Si trovano nella parte «superiore» del cerchio.

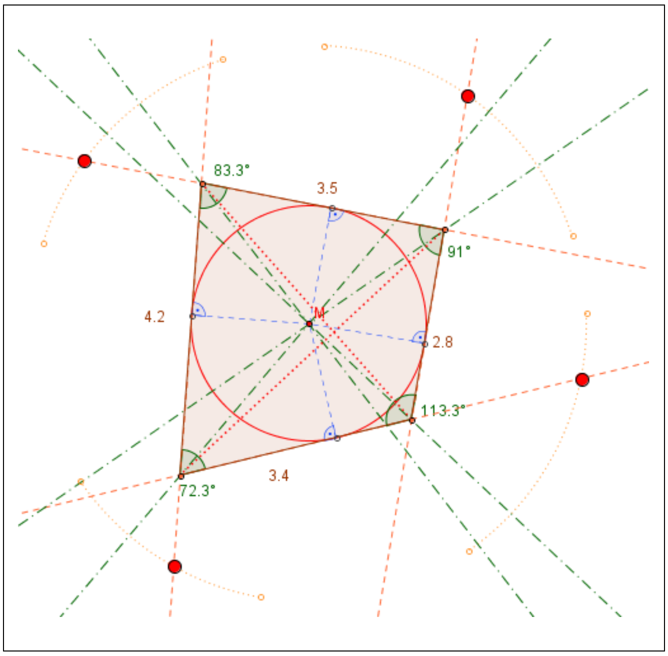
3. a) Puoi costruire la curva nefroide inserendo il fattore 3.

   b) Puoi costruire la curva cardioide inserendo il fattore 2.

   c) Numero di insenature nella figura con fili = fattore – 1.

Quadrilateri con incerchio

Problema



1. La costruzione di partenza è data da un cerchio e quattro tangenti al cerchio.
   a) Quali segmenti sono punteggiati in rosso?
   b) Come vengono chiamate le rette di colore verde contraddistinte da punti e tiretti alternati? Perché s'intersecano in un punto, il centro dell'incerchio?
   c) Descrivi i segmenti tratteggiati di colore blu.

2. Il cerchio è l'incerchio del quadrilatero.
   a) Ruota le tangenti e costruisci – se possibile – diversi quadrilateri particolari, come un
      – quadrato,
      – rombo,
      – rettangolo,
      – parallelogramma,
      – trapezio,
      – deltoide.
   b) Quali quadrilateri hanno sempre un incerchio?
   c) Quali quadrilateri non hanno mai un incerchio?
   d) Quali quadrilateri possono avere un incerchio, ma non sempre?

3. Descrivi la posizione particolare delle rette di colore verde contraddistinte da punti e tiretti alternati e dei segmenti punteggiati di colore rosso nel
   – quadrato,
   – rombo,
   – deltoide.

4. A cosa presti attenzione se vuoi essere sicuro di avere impostato un determinato quadrilatero in un
   – quadrato,
   – rombo,
   – trapezio,
   – deltoide.

Risposte

1. a) I segmenti punteggiati in rosso sono le diagonali del quadrilatero.
   b) – Le rette di colore verde sono le bisettrici del quadrilatero.
   – Possibile *spiegazione*
   Il cerchio tocca ogni volta due lati adiacenti del quadrilatero. Perciò tutte le bisettrici s'intersecano in un punto.
   c) I segmenti tratteggiati di colore blu sono i raggi di tangenza dell'incerchio.

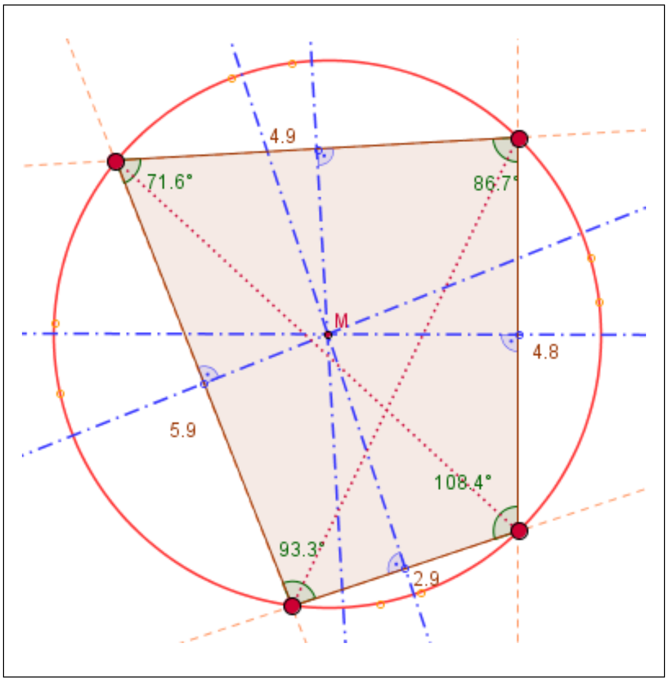
2. a) –
   b) Quadrati, rombi e deltoidi hanno sempre un incerchio.
   c) Rettangoli e parallelogrammi non hanno mai un incerchio.
   d) Trapezi possono avere un incerchio.

3. *Possibili constatazioni*
   – Nel quadrato le rette di colore verde e quelle di colore rosso si sovrappongono alle diagonali. Hanno la stessa lunghezza e sono perpendicolari tra loro.
   – Nel rombo le rette di colore verde e quelle di colore rosso si sovrappongono alle diagonali. Hanno la stessa lunghezza e sono perpendicolari tra loro.
   – Nel deltoide il punto d'intersezione della retta di colore verde deve trovarsi sulla diagonale più lunga, di colore rosso.

4. *Possibili risposte*
   – Quadrato: quattro angoli di 90°, quattro lati lunghi uguali, ogni coppia di bisettrici si sovrappone.
   – Rombo: quattro lati lunghi uguali, ogni coppia di angoli opposti ha la stessa ampiezza.

Quadrilateri con corde

Problema



1. La costruzione di partenza è formata da un cerchio e quattro corde disegnate nel cerchio.
   a) Come si chiamano i segmenti punteggiati di colore rosso?
   b) Come si chiamano le rette di colore blu contraddistinte da punti e tiretti alternati rispetto ai lati del quadrilatero?
   c) Perché le quattro rette di colore blu s'intersecano in un punto, il centro della circonferenza circoscritta?

2. Il cerchio corrisponde alla circonferenza circoscritta del quadrilatero.
   a) Varia le corde e costruisci – se possibile – diversi quadrilateri particolari, come un
      – quadrato,
      – rombo,
      – rettangolo,
      – parallelogramma,
      – trapezio,
      – deltoide.
   b) Quali quadrilateri hanno sempre una circonferenza circoscritta?
   c) Quali quadrilateri non hanno mai una circonferenza circoscritta?
   d) Quali quadrilateri possono avere una circonferenza circoscritta, ma non sempre?

3. Descrivi la posizione particolare delle rette di colore blu contraddistinte da punti e tiretti alternati e dei segmenti punteggiati di colore rosso nel
   a) quadrato,
   b) rettangolo,
   c) trapezio,
   d) deltoide.

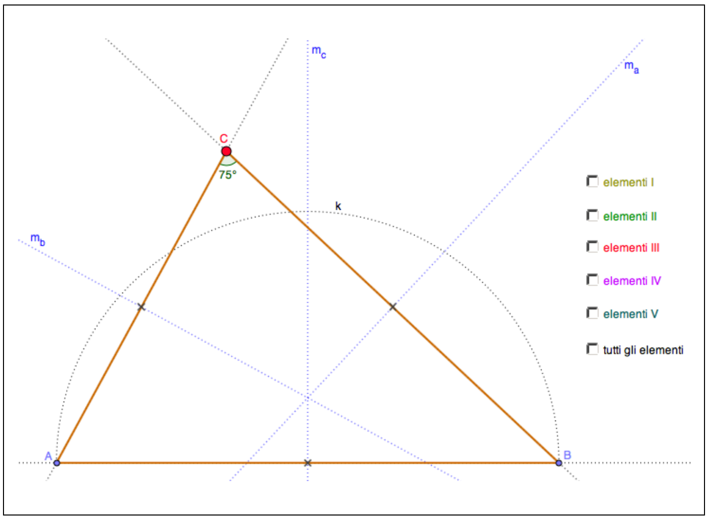
4. A cosa presti attenzione se vuoi essere sicuro di avere impostato un determinato quadrilatero in un
   a) quadrato,
   b) rettangolo,
   c) trapezio,
   d) deltoide?

Risposte

1. a) Diagonali
   b) Assi dei lati
   c) *Possibile motivazione*
   Le diagonali dividono il quadrilatero in triangoli. La circonferenza circoscritta del quadrilatero è pure circonferenza circoscritta di questi triangoli. Perciò gli assi dei lati s'intersecano in un punto.
2. a) –
   b) Il quadrato e il rettangolo hanno sempre una circonferenza circoscritta.
   c) Il rombo e il parallelogramma non hanno mai una circonferenza circoscritta.
   d) Il deltoide, il trapezio e il quadrilatero generico possono avere una circonferenza circoscritta.
3. *Possibili constatazioni*
   a) Nel quadrato le rette di colore rosso sono lunghe uguali. Stanno perpendicolari tra loro.
   Le rette di colore blu sono le mediane. Stanno perpendicolari tra loro e sono lunghe uguali.
   b) Nel rettangolo le rette di colore rosso sono lunghe uguali.
   Le rette di colore blu sono le mediane. Stanno perpendicolari tra loro.
   c) Nel trapezio isoscele le rette di colore rosso sono lunghe uguali.
   Due delle rette di colore blu si sovrappongono. Corrispondono all'altezza.
   d) Nel deltoide le rette di colore rosso stanno perpendicolari tra loro. Le rette di colore blu s'intersecano sulla diagonale più lunga.
4. *Possibili constatazioni*
   a) Nel quadrato:
   quattro angoli di 90°, tutti i lati lunghi uguali.
   b) Nel rettangolo:
   quattro angoli di 90°, le coppie di lati opposti sono lunghe uguali.
   c) Nel trapezio:
   stessa ampiezza degli angoli sui lati paralleli. I due lati obliqui sono lunghi uguali. Gli assi dei lati paralleli si sovrappongono. Si ottiene un trapezio isoscele.
   d) Nel deltoide:
   due angoli opposti di 90°, coppie di lati lunghe uguali.

Retta di Eulero

Problema



1. Riferendoti al semicerchio k e alle tre rette punteggiate in blu di quali elementi geometrici del triangolo ABC si tratta?

2. Attiva singolarmente gli elementi I, II, III, IV e V e annota ogni volta di quale elemento geometrico del triangolo si tratta.

3. a) Descrivi il posizionamento della retta di Eulero.
   b) Verifica se la particolarità della retta di Eulero vale per tipi di triangoli diversi (triangolo rettangolo, ottusangolo, acutangolo, isoscele ecc.).
   c) In quale caso/tipo pure il quarto punto I si trova sulla retta di Eulero? Perché?

Risposte

1. – Il semicerchio k è il cerchio di Talete costruito sul segmento AB.
   – Le rette punteggiate in blu sono gli assi dei segmenti del triangolo ABC.

2. – I: circonferenza circoscritta
   – II: le tre altezze
   – III: le tre mediane
   – IV: le tre bisettrici e l’incerchio
   – V: la retta di Eulero

3. a) La retta di Eulero passa per l’ortocentro H, il baricentro S e il centro della circonferenza circoscritta U.
   b) *Possibili constatazioni*
   La retta di Eulero passa sempre, indipendentemente dalla forma del triangolo, per l’ortocentro, il baricentro e il centro della circonferenza circoscritta.
   c) Il centro dell’incerchio I nei triangoli isosceli si trova sulla retta di Eulero.
   Possibile motivazione
   Nei triangoli isosceli ciascuna altezza, mediana, assi di simmetria e bisettrice passante per il vertice formato dai due lati isosceli, si trova sulla stessa retta.